1. Estudia el dominio de las siguientes funciones

   (a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$
   (b) $f(x) = Ln(x + 1)$
   (c) $f(x) = \frac{1}{senx}$
   (d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$
   (e) $f(x) = \frac{2-x}{\sqrt{x-1}}$
   (f) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{-x}}$

2. Dadas las funciones $f(x) = 2x + 1$ y$g(x) = x^3$ escribir las funciones compuestas:

   (a) fof (b) fog

3. Hallar las funciones inversas de:

   (a) $y = x^2$ (b) $y = 2x + 13$ (c) $y = 2^x$ (d) $y = Lnx$

4. Representar la función $y = x^2$ A partir de ésta, dibujar la gráfica de la función $g(x) = |x^2|$. Partiendo de este ejemplo, indicar cómo se pasa de una función a la función valor absoluta de la misma.

5. Calcular los coeficientes de la función $f(x) = ax + b$ si los valores f(0)=3 y f(1)=4.

6. Estudiar la simetría de las funciones siguientes:

   (a) $y = senx + cosx$
   (b) $y = sen^2x + cos^2x$
   (c) $y = |x^2 - 5x + 6|$
   (d) $y = |senx| + cosx$

7. Se ha hecho un estudio del mercado en el que la curva de oferta de un determi-nado producto viene dada por la función y=0,7x+8 y la curva de demanda por y=1,3x-4. Si el punto de corte de ambas curvas es el punto de equilibrio al que se aproxima el mercado, hallar dicho punto.

8. Dibujar la gráfica que indica el costo de una carrera de taxi de 2 Km. sabiendo que cada 300 m. cuesta 0,5 € y la bajada de bandera inicial 10 €.

9. Una industria de coches tuvo una producción de 50.000 coches en el año 2010 y de 80.000 en el 2016.

   (a) Obtener la función que representa el número de coches fabricados en función del tiempo suponiendo que su gráfica es una recta. ¿Qué representa la pendiente?.
   (b) Si la demanda de ese tipo de coches en esos años fue de 72.000 y 90.000 respectivamente, ¿cuándo se espera que se equilibre la oferta y la demanda?. (Supóngase de nuevo que la demanda viene expresada por una recta).

10. La población de una granja avícola pasa de 1.000 a 1.300 individuos en un mes. Suponiendo que sigue una ley exponencial, calcular:

    (a) La ley que expresa la población en función del tiempo.
    (b) ¿Cuál será la población al cabo de un año?.
    (c) ¿Cuándo habrá 66.541 individuos?.

11. Dadas las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = \frac{x^2 -1}{x-1}$ ¿Son iguales?. Razona la respuesta.

12. Feliciano quiere comprar un coche, tiene muy claro el modelo pero no sabe si comprarlo de gasolina o de gasóleo. El primero vale 10.818,22 € y el segundo 12.020,24 €. El precio de la gasolina es de 0,6611 €/litro y el del gasóleo 0,5650 €/litro. El coche de gasolina consume 8 litros cada 100 kms. y el de gasóleo 5 litros cada 100 kms.

(a) Dar la función que relaciona el coste (precio del coche más precio del com-bustible con el número de kilómetros para cada coche.

(b) Representar estas funciones. Observar el punto de corte. ¿Qué significa?.

(c) Si Feliciano recorre 10.000Km. el primer año, ¿qué coche le produce menos gastos?. ¿Y si hace 50.000Km.?.

13. El límite de una función se calcula en el punto $x = a$. ¿Es necesario que este punto pertenezca al dominio de definición?.

14. Si una función toma siempre valores positivos y otra toma sólo valores negativos, ¿pueden tener el mismo límite en un punto?. Si es así, decir cuál es el límite.

15. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2-1}$

(b) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^3-6x+8}{x-4}$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} 2^{\frac{1}{x}}$

(e) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{1+x} - \sqrt{x}$

(f) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

(g) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3^x}{3^{x+4}}$

(h) $\lim\limits_{x\to 2^+} Ln(x^2-4)$

(i) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{2x+7}{2x-1}\right)^{x^2-1}$

(j) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x}$

16. Calcular las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones:

(a) $\frac{x+1}{x^2-1}$

(b) $f(x) = e^x$

(c) $f(x) = Lnx$

(d) $f(x) = Ln(x^2-4)$

(e) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

(f) $f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$

(g) $f(x) = e^{-Ln\frac{x-1}{x+2}}$

17. Calcular las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones indi-cando si la asíntota corta a la gráfica en algún punto:

(a) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

(b) $f(x) = \frac{3x^2}{25-x^2}$

(c) $f(x) = \frac{x}{Lnx}$

(d) $f(x) = \frac{Lnx}{x}$

(e) $f(x) = tgx$

(f) $f(x) = arctgx$

18. Una función definida en toda la recta real es estrictamente creciente. ¿Puede deducirse de esto que su límite en infinito es infinito?.

19. Una función en cualquier entorno de $x = 0$ toma siempre valores menores que 1. ¿Es posible que su límite sea 1?.

20. Una función definida en la recta real toma solamente los valores 1 y -1. ¿Puede tener límite en todos los puntos?.

21. Escribir una función cuyo límite en $x = 0$ sea 1 y que tome sólo valores mayores que 1. Si es posible, dibujar la gráfica.

22. Un alumno dice que una función sólo puede tener dos asíntotas verticales. ¿Es cierto?.

23. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$ (b) $\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

24. Hallar los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 3x-2 & si \quad x < 2 \\ 6-x & si \quad x \geq 2 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & si \quad x \leq 2 \\ 2x-6 & si \quad x > 2 \end{cases}$

(d) $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$

(e) $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & si \quad x \leq 0 \\ 2x-3 & si \quad x > 0 \end{cases}$

(f) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & si \quad x < 1 \\ \sqrt{x+1} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

(g) $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x}{e^x-1} & si \quad x \leq 0 \\ x^2+1 & si \quad x > 0 \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} |x+2| & si \quad x < -1 \\ x^2 & si \quad -1 \leq x < 1 \\ 2x+1 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x < 1 \\ Ln(x) & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

25. -Resolver

(a) Hallar a y b de para que la siguiente función sea continua: $f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 & si \quad x \leq 0 \\ sen(b+x) & si \quad 0 < x < \pi \\ \frac{\pi}{x} & si \quad x \geq \pi \end{cases}$

(b) Hallar el valor de k en las siguientes funciones para que sean continuas en todo su dominio:

i. $f(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x \leq 2 \\ k-x & si \quad x > 2 \end{cases}$

ii. $f(x) = \begin{cases} x+k & si \quad x \leq 0 \\ x^2-1 & si \quad x > 0 \end{cases}$

iii. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x-1} & si \quad x \neq 1 \\ k & si \quad x = 1 \end{cases}$

iv. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & si \quad x \neq 1 \\ k & si \quad x = 1 \end{cases}$

26. Estudia la continuidad de las siguientes funciones para los distintos valores del parámetro a:

(a) $f(x) = \begin{cases} x^2+ax & si \quad x \leq 2 \\ a-x^2 & si \quad x > 2 \end{cases}$ (b) $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & si \quad x \leq 0 \\ x+2a & si \quad x > 0 \end{cases}$

27. La función $f(x) = sen\frac{1}{x}$ no está definida en $x = 0$. ¿Puede definirse f(0) de modo que sea continua en ese punto?.

28. Sea la función que en el intervalo abierto (0,1) está dada por: $f(x) = \frac{x^2-x}{sen(\pi x)}$ ¿Qué valores habría de tener en 0 y 1 para que fuese continua en el intervalo $[0, 1]$?.

29. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{x+4} & si \quad 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ e^{-x^2} & si \quad \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$. Observamos que f está definida en [0, 1] y que verifica f(0)=-1<0 y $f(1) = e^{-1} > 0$, pero no existe ningún c tal que f(c)=0 . ¿Contradice el teorema de Bolzano?. Razona la respuesta.

30. Se sabe que $f(x)$ es continua en $[a, b]$ y que $f(a) = 3$ y $f(b) = 5$. ¿Es posible asegurar que para algún c del intervalo $[a, b]$ se cumple que $f(c) = 7$?. Razona la respuesta.

31. ¿Tiene alguna raíz real la siguiente ecuación?: $sen(x) + 2x + 1 = 0$. Si la respuesta es afirmativa, determina un intervalo de amplitud menor que 2 en el que se encuentre la raíz.

32. Demuestra que la ecuación $x^5 + x + 1 = 0$ tiene, al menos, una solución real.

33. La función $f(x) = tg$(x) toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$y, sin embargo, no se anula en él. ¿Contradice esto el teorema de Bolzano?.

34. De dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ se sabe que son continuas en el intervalo $[a, b]$, que $f(a) > g(a)$ y que $f(b) < g(b)$. ¿Puede demostrarse que existe algún c de dicho intervalo en el que se corten las gráficas de las dos funciones?.

35. Si $f(x)$ es continua en $[1, 9]$, $f(1) = -5$ y $f(9) > 0$, ¿podemos asegurar que $g(x) = f(x)+3$ tiene al menos un cero en el intervalo $[1, 9]$?.

36. Demostrar que la ecuación $x^3 + x^2 - 7x + 1 = 0$ tiene una solución en el intervalo cerrado $[0, 1]$

37. Demostrar, utilizando el **teorema de Bolzano**, que una ecuación polinómica de tercer grado siempre tiene solución real. ¿Sucede lo mismo con una de cuarto grado?.

38. Si f(x) es continua en el intervalo cerrado [1,9] y es tal que $f(1) = -5$ y$f(9) > 0$. ¿Podemos asegurar que en estas condiciones la función $g(x) = f(x)+3$ tiene al menos un cero en el intervalo cerrado$[1, 9]$?.

39. Probar que la función $f(x) = \frac{6}{2+sen(x)}$ alcanza el valor 4 en el intervalo cerrado $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

40. Estudiar si la ecuación $Ln(x) = 1 - x$ tiene solución.

41. Utilizar el **teorema de Bolzano** para demostrar que todo número positivo, a, tiene una raíz cuadrada.

42. Utilizar el teorema de Bolzano para demostrar que las gráficas de las funciones $f(x) = Ln(x)$ y $g(x) = e^{-x}$ se cortan en algún punto y localizarlo aproximadamente.

43. Se sabe que la suma de dos funciones continuas es una función continua. Si dos funciones no son continuas en x=a, ¿puede serlo la suma de ambas?.

44. Probar que la ecuación $\pi^x = e$ tiene, al menos, una solución real.

45. A partir de la definición de derivada, calcular la velocidad instantánea de la ecuación del espacio $s(t) = t^2 + t + 1$ en el instante $t = 1$

46. Encontrar, utilizando sólo la definición, la derivada en $x = 9$ de: $f(x) = \sqrt{x-5}$

47. Calcular la derivada, a la izquierda y a la derecha en el origen de la función: $f(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$

48. Calcular la derivada de las siguientes funciones:

    (a) $f(x) = tg^2(\frac{x}{2})$
    (b) $f(x) = (1 + x^4)^{\frac{1}{2}}$
    (c) $f(x) = xsen(x) + cosx$
    (d) $f(x) = (1 - senx)tgx$
    (e) $f(x) = \sqrt{Ln(tg(x^2 + 1))}$
    (f) $f(x) = arctg\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}$
    (g) $f(x) = Ln\sqrt{\frac{1+sen(x)}{1-sen(x)}}$

    Mas

49. Comprueba que la siguiente función es continua y derivable y halla $f'(0), f'(3)$ y$f'(1)$: $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & si \quad x < 1 \\ x^2 + x & si \quad x \geq 1 \end{cases}$ ¿Cuál es su función derivada?. ¿En qué punto se cumple $f'(x) = 5$?.

50. Estudia la continuidad y derivabilidad de estas funciones:

(a) $f(x)=\begin{cases} e^x & si \quad x\leq 0 \\ 1 & si \quad 0<x<3 \\ -x^2+3x+2 & si \quad x\geq 3 \end{cases}$ (b) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+1 & si \quad x<-1 \\ 2x+2 & si \quad -1\leq x\leq 2 \\ -x^2+8x & si \quad x>2 \end{cases}$

51. Calcula los puntos de derivada nula de las siguientes funciones:

(a) $f(x)=\frac{x}{(x+3)^2}$ (c) $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$ (e) $f(x)=e^x x^2$

(b) $f(x)=\frac{16}{x^2(x-4)}$ (d) $f(x)=e^x(x-1)$ (f) $f(x)=senx+cosx$

52. Se considera la función: $f(x)=\begin{cases} x^2-5x+m & si \quad x\leq 1 \\ -x^2+nx & si \quad x>1 \end{cases}$ Calcular m y n para que f sea derivable en todo R. ¿En qué puntos es $f'(x)=0$?.

53. Sean las funciones $f(x)=x^2e^{-ax}$y $g(x)=x^2$. Determinar los puntos en los que f(x) y g(x) tienen la misma pendiente.

54. Calcular la derivada de orden n de la función $f(x)=e^{2x}$.

55. De un polinomio de tercer grado $P(x)$ se sabe que $P(1)=0, P´(1)=2, P´´(1)=4$ y $P´´´(1)=12$. Calcular $P(2)$.

56. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \frac{x}{e^x-1} & si \ x\neq 0 \\ 1 & si \quad x=0 \end{cases}$ ¿Es continua en x=0?. ¿Es derivable en x=0?. ¿Es continua la función derivada $f´(x)$en $x=0$?.

57. Se considera la función: $f(x)=\begin{cases} x^{2+2} & si \quad x\leq 0 \\ \sqrt{ax+b} & si \quad 0<x\leq 2 \\ \frac{-x}{2\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{2}} & si \quad x>2 \end{cases}$ Calcular a y b para que sea continua en todo R. ¿Es derivable la función resul-tante?.

58. Representar la función$f(x)=|x^2-7x+10|$ e indicar en qué puntos no es derivable.

59. Determinar el valor del parámetro a para que sea derivable la función: $f(x)=\begin{cases} xLn(x) & si \quad 0<x\leq 1 \\ a(1-e^{-x}) & si \quad x>1 \end{cases}$

60. Dada la función $f(x)=tg(x)$, hallar el ángulo que forma la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el origen, con el eje de abscisas.

61. 61.- Halla la ecuación de la recta tangente a las siguientes curvas en los puntos que se indican: en , en ,

62. Halla las tangentes a la curva $f(x)=\frac{2x}{x-1}$,paralelas a la recta $2x+y=0$.

63. Halla un punto de la gráfica $f(x)=x^2+x+5$,en el que la recta tangente sea paralela a $y=3x+8$.

64. Halla una recta que sea tangente a la curva $f(x)=x^2-2x+3$y que forme un ángulo de 45º con el eje de abscisas. ¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?.

65. El espacio recorrido por un móvil viene dado por la función $s(t)=3t+5$. Demostrar que la velocidad media es constante en cualquier intervalo.

66. Hallar un punto del intervalo $[0,1]$ donde la tangente a la curva $y=1+x-x^2$sea paralela al eje de abscisas.

67. Obtener los puntos de la gráfica de $f(x)=x^4-7x^3+12x^2+3x+4$en los que la recta tangente es paralela a $y-3x-2=0$.

68. 68.- Hallar una parábola que pase por los puntos A(1,1) y B(3,0) y hallar un punto en el segmento de parábola comprendido entre A y B, cuya tangente sea paralela a la cuerda AB.

69. Obtener las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto $P(2,3)$ de la curva $f(x) = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$

70. Se da la curva de ecuación $xy = 1$. Comprobar que el segmento de la tangente a dicha curva en el punto (3, 1/3), comprendido entre los ejes de coordenadas, está dividido en dos partes iguales por el punto de contacto.

71. Un foco luminoso está suspendido a 12 metros pro encima de una calle recta y horizontal, por la que anda un muchacho de 1,50 metros de altura. ¿A qué velo-cidad se desplaza la sombra del muchacho cuando éste camina a razón de 49metros /minuto?.

72. Al caer cierta cantidad de arena al suelo (horizontal) a razón de 12cm3/minuto, se forma un montón cónico cuya altura es constantemente los 2/3 del radio de la base ¿a qué velocidad crece la altura cuando esta alcanza el valor de 5 metros?.

73. Un hombre cruza un puente a 5Km/h. y al mismo tiempo una canoa pasa por de-bajo en dirección perpendicular al puente con velocidad de 15Km/h. Sabiendo que el puente está a 6 metros por encima del agua ¿a qué velocidad se alejan uno del otro, hombre y canoa, un minuto más tarde?.

74. Un recipiente formado por un hemisferio de $35cms$ de radio se llena de agua a razón de $5cm^3/s$. ¿A qué velocidad se eleva el nivel del agua?.

75. El lado de un triángulo equilátero crece a razón de $5cm/minuto$. ¿A qué velocidad crece su área cuando el lado mide 26 cm.?.

76. Sea f un polinomio tal que $f(0) = f(1) = 0$. ¿Se puede asegurar que su derivada cumple$f\,'(x) = 0$ para algún x entre 0 y 1?. Justificar la respuesta.

77. Representar la función: $f(x) = \begin{cases} 2x & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ -x+3 & si \quad 1 < x \leq 3 \end{cases}$ ¿Verifica el teorema de Rolle en el intervalo $[0,3]$

78. - ¿Se puede aplicar el teorema de Rolle a: $f(x) = 4x - x^2$en [2,6] b) $f(x) = 1 - |x|$ en [-1,1] c) $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ en [-1,3] d) $f(x) = |cosx|$ en $[0, \pi]$.

79. Sea la función $f(x) = arctg\frac{1+x}{1-x} - arctg(x)$. ¿Qué puede decirse sobre el crecimiento o decrecimiento de esta función?.

80. Demostrar que la ecuación $2x^3 - 6x + 1 = 0$ tiene una única solución real en el inter-valo (0,1).

81. Comprobar que la ecuación $x^7 + 3x + 3 = 0$ tiene una única solución real.

82. Dada la función $f(x) = e^x - x - 3$, se pide: a) Estudiar el intervalo de definición de f(x) b) Demostrar que f(x) tiene un único cero en el intervalo $(0, \infty)$.

83. Probar que un número real x=a es raíz doble de una función polinómica f(x) si, y sólo si, a es raíz común de f(x) y f´(x). Aplicarlo para resolver la ecuación $18x^3 - 33x^2 + 20x - 4 = 0$, sabiendo que tiene una raíz doble.

84. ~~Calcular los límites propuestos en los ejercicios 54 al 58 de las páginas 300 y 301 del libro de 2º de bachillerato de~~

85. Escribir una función f(x) que en el punto x=2 no sea derivable y tenga un máximo en él.

86. Estudiar crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos de las siguientes fun-ciones:

(a) $f(x) = 2x^2 - x + 3$ b) $f(x) = (x-1)e^x$ c) $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$ d) $f(x) = xlnx$ e) $f(x) = x^4 - 2x^2$

87. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones y di si tienen máximos o mínimos relativos:

    (a) $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$ b) $f(x) = \frac{(2x-3)}{x+1}$ c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

88. Estudia la concavidad, convexidad y puntos de inflexión de las siguientes funciones:

    (a) $f(x) = x^3 - 3x + 4$ b) $f(x) = x^4 - 6x^2$ c) $f(x) = ln(x+1)$d)$f(x) = xe^x$

89. Demostrar que para cada número real $x > 1$, se verifica la siguiente desigualdad: $Ln(x) \geq \frac{2(x-1)}{x+1}$

90. Determinar los valores de c para los que la función$f(x)$ es creciente para todo x: $f(x) = \frac{1}{1+x^2} + cx$

91. Determinar el valor de k que hace que la función: $f(x) = \frac{e^x}{x^2+k}$ tenga un único extremo relativo. ¿Se trata de un máximo o de un mínimo?

92. Obtener los valores de a y b para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un mínimo relativo igual a 3 en $x = 2$.

93. Dada la función$f(x) = ax^4 + bx^3 - 3x^2 - ax$, calcula los valores de a y b sabiendo que la función tiene dos puntos de inflexión, uno en $x = 1$ y otro en $x = \frac{1}{2}$.

94. Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0, f'(0) = 2$ y tiene dos extremos relativos para x=1 y x=2. Halla a, b, c y d. ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?.

95. La curva $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta al eje de abscisas en $x = -1$ y tiene un punto de inflexión en $P(2, 1)$. Calcula a, b y c.

96. Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$. Halla a y b para que la curva y=f(x) tenga en x=1 un punto de inflexión con tangente horizontal.

97. Los barriles que se utilizan para almacenar petróleo tienen forma cilíndrica y una capacidad de 160 l. Hallar las dimensiones del cilindro para que la chapa em-pleada en su construcción sea mínima.

98. En una carrera a través del desierto un automóvil debe ir desde la ciudad A hasta el oasis P situado a 500 Km. de distancia de A. Puede aprovechar para ello una carretera recta que une las ciudades A y B y que le permite ir a una velocidad de 100Km/h, mientras que por el desierto la velocidad es de 60Km/h. Sabiendo que la distancia más corta de P a la carretera que une las ciudades A y B es de 300Km, determinar la ruta que deberá usar para ir de A a P en el menor tiempo posible.

99. A 10 Km. de tu casa te acuerdas que te has dejado el agua corriendo, lo que te cuesta 10Pts/hora. Volver a casa a una velocidad (constante) de xKm/h te cuesta en combustible 9+(x/10) pts/km. a) ¿Cuánto te cuesta volver a casa a x Km/h (en combustible)?. b) ¿Cuánto tiempo tardas en llegar a casa si viajas a esa velocidad?. c) ¿Cuánto te cuesta el consumo de agua mientras regresas a casa?. d) ¿A qué velocidad debes regresar a casa para que el coste total de consumo de agua y combustible sea mínimo?.

100. Un granjero compra una ternera de 270 Kg. por 18.000€ . Alimentar al animal cuesta 15 €. al día y la ternera aumenta de peso 0,45 Kg. cada día. Por otro lado, cada día que pasa, el valor del animal en el mercado disminuye, de modo que el valor al cabo de t días, dependiendo del peso del animal, es (100-)$100 - \frac{t}{18}$ por kilo. Calcular:

     (a) Peso de la ternera al cabo de t días.

(b) Valor total de la ternera en el mercado al cabo de t días.

(c) Coste total invertido en esos t días, incluyendo la compra y la alimentación.

(d) Ganancia obtenida por el granjero si vende la ternera a los t días (la ganancia será el valor de la ternera en ese instante menos los costes invertidos).

(e) ¿Cuándo debe vender la ternera para obtener la máxima ganancia?.

101. En una oficina de correos sólo se admiten paquetes con forma de paralelepípedo rectangular, tales que la anchura sea igual a la altura y además, la suma de ancho, alto y largo debe ser de$72cm$. Hallar las dimensiones del paralelepípedo para que el volumen sea máximo.

102. Una ventana normanda consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo. Encontrar las dimensiones de la ventana de área máxima si su perímetro es de $10m$.

103. Indicar cuál es el triángulo de área máxima de entre todos los isósceles de perímetro $30cm$.

104. Demostrar que de todos los polígonos regulares de perímetro $10cm$. el de área máxima es el círculo. Demostrar que los únicos polígonos regulares que tamizan el espacio son el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono. Deducir de lo anterior que las abejas son inteligentes.

105. 105.- Si $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, son los resultados de mediciones igualmente precisas de la magnitud x, su valor más probable será aquél, para el cual la suma de los cuadrados de los errores: tenga el valor mínimo (principio de los cuadrados mínimos). Demostrar que el valor más probable de la magnitud x es la media aritmética de los resultados de las mediciones.$\sigma = \sum (x - x_i)^2$

106. Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada cuya capacidad sea $8dm^3$. Averigua las dimensiones de la caja para que su superficie exterior sea mínima.

107. De todos los rectángulos de área $100dm^2$, halla las dimensiones del que tenga la diagonal mínima.

108. Dada la función $f : [1, e] \to \Re$ definida por $f(x) = \frac{1}{x} + Ln(x)$, determina cuáles de las rectas tangentes a la gráfica de f tienen la máxima pendiente.

109. 109.- La rampa de un tobogán, de esos por los que desciende los niños en los parques infantiles, está fabricada empalmando dos tramos, dos piezas metálicas. ¿Qué precaución hay que tomar al empalmar las dos piezas para que el descenso no ofrezca dificultad a los niños?. Se sabe que un tal tobogán tiene un tramo recto en su parte alta y un segundo tramo curvo. El tramo recto es el segmento AB, donde A(-3, 4) y B(0, 1). El tramo curvo empieza en B y desciende hasta el suelo (y=0) al que llega con tan-gente horizontal. Si este tramo curvo es una parábola $y = ax^2 + bx + c$, hallar ésta.

110. Demuéstrese que si f(x) es una función derivable en un punto x=a, entonces también es derivable en a la función $F(x) = (f(x))^2$, y su derivada es $F'(a) = 2f(a).f'(a)$.

111. En la figura se representa una escalera Ab, cuyo extremo inferior A recorre el suelo (recta OA) y cuyo extremo superior B recorre una pared vertical (recta OB). La longitud de la escalera es AB=1. El punto A se aleja de O con velocidad constante c. Se pide: a) Si hacer ningún cálculo, indicar cuanto vale la velocidad de B en el momento en el que OA=OB. b) Hallar la velocidad v del punto B en función de la distancia x (OA) c) La velocidad con la que B llega al punto O.

112. Dos líneas férreas se cortan perpendicularmente. Por cada línea avanza una lo-comotora (de longitud despreciable) dirigiéndose ambas al punto de corte; sus velocidades son 60 km/h y 120 km/h y han salido simultáneamente de estaciones situadas, respectivamente a 40 y 30 km del punto de corte.

(a) Hallar la distancia a la que se encuentran las locomotoras, en función del tiempo que pasa desde que inician su recorrido.

(b) Hallar el valor mínimo de dicha distancia.

113. En la perforación de un cierto pozo, se sabe que el coste de la extracción del metro cuadrado de tierra a una profundidad de x metros es proporcional a x^a, para un cierto número $a > 1$, Llamaremos C(x) al coste de la extracción de la tierra del pozo, desde la superficie a la profundidad de x metros. Sabiendo que $C(2) = 8\sqrt{2}C(1)$, se pide:

    (a) Hallar a.

    (b) Hallar la profundidad h para la que $C(h) = 128C(1)$.

114. Se considera la ecuación $x^3 + \lambda x^2 - 2x$=1. Utilizando el teorema de Bolzano de los valores intermedios.

    (a) Probar que si $\lambda > 2$, la ecuación admite alguna solución menor que 1.

    (b) Probar que si$\lambda < 2$, la ecuación admite alguna solución mayor que 1.

115. 115.- Calcular las siguientes integrales indefinidas:

    (a) $\int \frac{dx}{ax+b}$ b)$\int \frac{1+x}{1+x^2}dx$ c) $\int \frac{3}{4+9x^2}dx$ d)$\int xe^{4x}dx$

    (b) $\int x^2e^{-x}dx$ g)$\int \frac{1}{\sqrt{x}cos^2(\sqrt{x})}dx$ h)$\int cos^2xdx$ i)$\int \frac{1}{xLx}dx$ j)$\int \frac{lnx}{x}dx$ k)$\int \frac{ln^3x}{x}dx$
    l)$\int cosxcotg^2xdx$ m)$\int \frac{tg\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$ n)$\int xlnxdx$ o)$\int e^x senxdx$ p)$\int \frac{1+ln^3x}{x(ln^2x-ln\ x)}dx$

    (c) $\int \frac{2x+3}{3x^2+x+1}dx$ r)$\int \frac{x^2-x+1}{x^3+x}dx$ s)$\int \frac{x^2-6x++9}{3x^2-6x+10}dx$ t)$\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}dx$ u)$\int \frac{4x^2+6x+4}{3x+1}dx$

116. Obtener la primitiva de la función $f(x) = senx$, cuya gráfica pasa por el origen.

117. Determinar $f(x)$, sabiendo que $f'''(x) = 24x, f(0) = 0, f'(0) = 1$ y $f''(0) = 2$.

118. Si dos funciones F(x) y G(x) so n primitivas de la misma función f(x), razonar qué relación hay entre F(x) y G(x).

119. Se sabe que puede haber dos funciones con la misma derivada. ¿Puede haber dos funciones con la misma primitiva?.

120. Si dos funciones diferentes tienen idénticas derivadas, ¿en cuántos puntos se pueden cortar sus gráficas?.

121. Hallar la ecuación de una curva $y = f(x)$, sabiendo que pasa por el punto $(1, 1)$ y que la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa x es $3x + 1$.

122. Hallar un polinomio cuya derivada sea $x^2 + x - 6$,y tal que el valor de su máximo sea tres veces mayor que el de su mínimo.

123. 123.- Calcular las siguientes integrales definidas:

    (a) a) b) c)

124. Una piedra cae en el vacío consiguiendo una velocidad en cada instante igual a $v(t) = 10tm/s$. Calcula el espacio recorrido por la piedra al cabo de 20 segundos suponiendo que partió del reposo.

125. Dada una pirámide de base cuadrada de lado 10 metros, calcular el área de la sección que se obtiene al intersecarla con un plano paralelo a la base y a distancia x de la misma. Sabiendo que la altura de la pirámide es 30 metros, calcular el volumen, por integración, de la pirámide.

126. Determinar el valor de a perteneciente al intervalo [1,4 de modo que la recta x=a, paralela al eje Y, divida en dos partes de igual área la figura limitada por el eje OX, las rectas x=1, x=4 y la gráfica de la función y=$y = \frac{1}{x^2}$.

127. Calcular el área del recinto limitado por $y = 2x, x = 2, x = 4$ y el eje OX.

128. Área comprendida entre $y = x^2$ y la recta $y = x$.

129. Área comprendida entre $y = 4 - x^2$ y la recta $y = x + 2$

130. Área comprendida entre $y = x^{1/2}$,$y = x$

131. Área de la región limitada por la función $y = (x - 2)(x - 1)(x - 3)$ y el eje OX.

132. Considérese la curva de ecuación $y = x^3 - 2x^2 + x$, así como su tangente en el origen. Hallar el área de la región acotada del plano que queda encerrada entre la curva y la tangente.

133. Determinar el valor del parámetro para que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = ax$ sea igual a 9.

134. Calcular el área del recinto limitado por $y = x^3$, $x.y = 1$, $x = {}^1\!/_2$, $x = 2, y = 0$.

135. Calcular el área del recinto limitado por$y = 1/x$, ,$y^2 = x$ $y = 0, x = 4$.

136. Área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $y = Lnx, y = 1$ y los ejes coordenados.

137. Hallar el volumen del cuerpo engendrado por la elipse $x^2 + 9y^{\mathbf{2}} = 1$ al girar alrededor de su eje mayor.

138. Hallar el volumen del cuerpo que engendra el área limitada por $y = 4, y = x^2, y = 1/x$ al girar alrededor del eje OX.

139. La circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 4$ gira alrededor del eje de abscisas. Calcular el volumen de la esfera que engendra.

140. Calcular, por integración, el volumen de un cono de altura h y radio r.

141. Calcular, por integración, el volumen de un cilindro de altura h y radio r.

142. Hallar la longitud de arco de $y = x^{3/2}$ desde x=0 hasta x=2

143. Hallar, por integración, la longitud de la circunferencia de radio 1

144. ¿Quién o qué es ?.

145. Si llamamos S_1 al área del círculo de radio 1, demostrar que el área del círculo de radio r es $S_1 r^{\mathbf{2}}$.

146. ¿Quién o qué es ?.

147. Si llamamos I=$\int 2sen(x)cos(x)dx$ se tiene que I=sen2x y además $I = -Cos2x$, por tanto $I - I = Sen2x + Cos2x = 0$, ¿cómo es posible?.

148. Dos hermanos heredan una parcela que han de repartirse en partes iguales. La parcela es la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = 1$. Deciden dividir la parcela mediante una recta y=a paralela a la recta $y = 1$. Hallar el valor de a.