MATEMATICAS CCNN (MATII)

2º Bachillerato

EJERCICIOS DE ANÁLISIS

SELECTIVIDAD Y PAU
2000-2022

S3r4

Curso 1999-2000

1. (3 ptos)Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{senx}{x} + 2 & si \quad x \neq 0 \\ k & si \quad x = 0 \end{cases}$

   (a) (1 punto) ¿Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea continua en $x = 0$?

   (b) (1 punto) ¿Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea derivable en $x = 0$?

   (c) (1 punto) Determinar sus asíntotas. (Modelo 2000 - Opción A)

2. (2 puntos) De una función derivable $f(x)$ se conoce que pasa por el punto $A(-1, -4)$ y que su derivada es

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & si \quad x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

   (a) Hallar la expresión de $f(x)$.

   (b) Obtener la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 2$. (Modelo 2000 - Opción B)

3. (2 puntos) Se consideran las curvas $y = x^2$ e $y = a$ donde a es un número real comprendido entre 0 y 1 ($0 < a < 1$). Ambas curvas se cortan en un punto (x_0, y_0) con abscisa positiva. Hallar a sabiendo que el área encerrada entre ambas curvas desde $x = 0$ hasta $x = x_0$ es igual a la encerrada entre ellas desde $x = x_0$ hasta $x = 1$. (Modelo 2000 - Opción B)

4. (3 puntos) Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0, f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$.

   (a) (2 puntos) Determinar a, b, c y d.

   (b) (1 punto) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos? (Junio 2000 - Opción A)

5. (2 puntos) Sean las funciones: $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3$ Determinar el área encerrada por las gráficas de ambas funciones y la recta $x = 2$. (Junio 2000 - Opción B)

6. (2 puntos)

   (a) (1 punto) Si es posible, dibujar de forma clara la gráfica de una función continua en el intervalo $[0, 4]$ que tenga al menos un máximo relativo en el punto $(2, 3)$ y un mínimo relativo en el punto $(3, 4)$.

   (b) (1 punto) Si la función fuera polinómica, ¿cuál ha de ser como mínimo su grado? (Junio 2000 - Opción B)

7. (2 puntos) Sea la función $f(x) = 2x + sin\, 2x$

   (a) (1 punto) Determinar si tiene asíntotas de algún tipo.

   (b) (1 punto) Estudiar su monotonía y la existencia de extremos relativos. (Septiembre 2000 - Opción A)

8. (2 puntos) Dados tres números reales cualesquiera r_1, r_2 y r_3 , hallar el número real x que minimiza la función

$$D(x) = (r_1 - x)^2 + (r_2 - x)^2 + (r3 - x)^2 \text{ (Septiembre 2000 - Opción A)}$$

9. (3 puntos) Sea la función $f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x$.

   (a) (1,5 puntos) Determinar los puntos de corte de su gráfica con los ejes y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

   (b) (0,5 puntos) Esbozar la gráfica de la función.

   (c) (1 punto) Calcular el área determinada por la gráfica de f , el eje horizontal y las rectas $x = -1$ y $x = 2$. (Septiembre 2000 - Opción B)

Curso 2000-2001

10. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$

    (a) (1 punto) Indicar el dominio de definición de la función f y hallar sus asíntotas.

    (b) (1 punto) Hallar los extremos relativos de la función f y sus intervalos de concavidad y convexidad.

    (c) (1 punto) Dibujar la gráfica de f y hallar su máximo y su mínimo absolutos en el intervalo $[-1, 1]$. (Modelo 2001 - Opción A)

11. (3 puntos)

    (a) (1,5 puntos) Hallar el valor de la integral definida

    $$\int_{-10}^{-1} \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^x}}$$

    (b) (1,5 puntos) Calcular la integral indefinida de la función

    $$f(x) = \frac{1}{1-e^x}$$

    mediante un cambio de variable. (Modelo 2001 - Opción B)

12. (3 puntos) Sea la función $f(x) = sin\, x$

    (a) (0,5 puntos) Calcular $a > 0$ tal que el área encerrada por la gráfica de $f(x)$, el eje $y = 0$, y la recta $x = a$, sea $1/2$

    (b) (1 punto) Calcular la ecuación de la tangente a la gráfica de $f(x)$en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{4}$

    (c) (1,5 puntos) Calcular el área de la superficie encerrada por la tangente anterior, la gráfica de la función $f(x)$y las rectas $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{3\pi}{4}$. (Junio 2001 - Opción A)

13. (2 puntos) Sea la función real de variable real definida por

    $$f(x) = \begin{cases} (2-x)^3 & si \quad x \leq \quad 1 \\ x^2 & si \quad x > \quad 1 \end{cases}$$

    (a) (0,5 puntos) Razonar si la función es continua en todoa la recta real.

    (b) (0,5 puntos) Razonar si $f(x)$ es derivable en toda la recta real.

    (c) (1 punto) Determinar el área encerrada por la gráfica de $f(x)$ y por las tres rectas $y = 8, x = 0, x = 2$. (Junio 2001 - Opción B)

14. (2 puntos)

    (a) (1 punto) Determinar los extremos relativos de la función $f(x) = x^2 - 4x + 2$. Dibujar su gráfica

    (b) (1 punto) Hallar las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ que pasan por el punto $P(3, -5)$. (Junio 2001 - Opción B)

15. (3 puntos) Se consideran las funciones

    $$f(x) = x^2 - 2x + 3, \qquad g(x) = ax^2 + b$$

(a) (1 punto) Calcular a y b para que las gráficas de f y g sean tangentes en el punto de abscisa $x = 2$.

(b) (1 punto) Para los valores de a y b calculados en el apartado anterior, dibujar las gráficas de ambas funciones y hallar la ecuación de la recta tangente común.

(c) (1 punto) Para los mismos valores de a y b, hallar el área limitada por las gráficas de las funciones y el eje vertical. (Septiembre 2001 - Opción A)

16. (2 puntos) Sean la función $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$

(a) (1 punto) Calcular $\int f(t)\,dt$

(b) (1 punto) Se definen $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$.Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \frac{g(x)}{x}$ (Septiembre 2001 - Opción B)

17. (2 puntos) Sea $P(x)$ un polinomio de grado 4 tal que:

- $P(x)$ es una función par.
- Dos de sus raíces son $x = 1$ y $x = \sqrt{5}$.
- $P(0) = 5$. Se pide:

(a) (1 punto) Hallar sus puntos de inflexión.

(b) (1 punto) Dibujar su gráfica. (Septiembre 2001 - Opción B)

Curso 2001-2002

18. (3 puntos) Dada la parábola $y = 4 - x^2$, se considera el triángulo rectángulo $T(r)$ formado por los ejes de coordenadas y la tangente a la parábola en el punto de abscisa $x = r > 0$.

    (a) (2 puntos) Hallar r para que $T(r)$ tenga área mínima.

    (b) (1 punto) Calcular el área de la región delimitada por la parábola, su tangente en el punto de abscisa $x = 1$, y el eje vertical. (Modelo 2002 - Opción A)

19. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = xe^{3x}$

    (a) (1,5 puntos) Estudiar y representar gráficamente la función f .

    (b) (1,5 puntos) Sabiendo que el área de la región determinada por la gráfica de f y el eje OX entre $x = 0$ y $x = p(p > 0)$ vale 1/9, calcular el valor de p. (Modelo 2002 - Opción B)

20. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) \quad = \quad \frac{1}{x^2+3}$$

    (a) (1 punto) Hallar la ecuación cartesiana de la recta tangente en el punto de inflexión de abscisa positiva de la gráfica de f .

    (b) (2 puntos) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f , la recta anterior y el eje $x = 0$. (Junio 2002 - Opción A)

21. (3 puntos) Se considera la función: $f(x) = \left\{ \begin{array}{lll} \frac{x^2+3x+1}{x} & si & x \geq \; -1 \\ \frac{2x}{x-1} & si & x < \; -1 \end{array} \right.$

    (a) (0,5 punto) Estudiar el dominio y la continuidad de f .

    (b) (1,5 puntos) Hallar las asíntotas de la gráfica de f .

    (c) (1 punto) Calcular el área del recinto plano acotado y limitado por la gráfica de f y las rectas $y = 0; x = 1; x = 2$. (Junio 2002 - Opción B)

22. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

    (a) (1 punto) Determinar sus máximos y mínimos relativos.

    (b) (1 punto) Calcular el valor de $a > 0$ para el cual se verifica la igualdad

$$\int_0^a f(x)\, dx = 1$$

    (Septiembre 2002 - Opción A)

23. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \left\{ \begin{array}{lll} \sqrt[3]{x-2} & si & x \geq \; 2 \\ x(x-2) & si & x < \; 2 \end{array} \right.$

    (a) (1 punto) Estudiar su continuidad y derivabilidad.

    (b) (1 punto) Hallar la ecuación cartesiana de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(3, 1)$. (Septiembre 2002 - Opción A)

24. (3 puntos) Sea $f(x)$ una función real de variable real, derivable y con derivada continua en todos los puntos y tal que:

$$f(0) = 1;\ f(1) = 2;\ f'(0) = 3;\ f'(1) = 4$$

    Se pide:

(a) (1 punto) Calcular $g'(0)$, siendo $g(x) = f(x + f(0))$.

(b) (2 punto) Calcular

$$\lim_{x\to 0} \frac{2(f(x))^2 - f(x+1)}{e^x - 1}$$

(Septiembre 2002 - Opción B)

Curso 2002-2003

25. (2 puntos) Determinar los valores de las constantes A, B, C y D para los cuales la gráfica de la función real de variable real

$$f(x) = A\ sen\ x + Bx^2 + Cx + D$$

tiene tangente horizontal en el punto $(0, 4)$ y además su derivada segunda es$f''(x) = 3\ senx - 10$ (Modelo 2003 - Opción A)

26. (2 puntos) Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{x^2 + 4}{x^2 - 5x + 6} dx$$

(Modelo 2003 - Opción A)

27. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x}$$

(a) (1 punto) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

(b) (0,5 puntos) Hallar los puntos donde la gráfica de f tiene tangente vertical.

(c) (0,5 puntos) Representar gráficamente la función.

(d) (1 punto) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas $x = -1$, $x = 1$. Nota: Para obtener las asíntotas puede ser de utilidad la igualdad:

$$A - B = \frac{A^3 - B^3}{A^2 + AB + B^2}$$

(Modelo 2003 - Opción B)

28. (2 puntos) Calcular los siguientes límites (donde "ln"significa logaritmo neperiano).

(a) (1 punto) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{ln(cos(3x))}{ln(cos(2x))}$

(b) (1 punto) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$(Junio 2003 - Opción A)

29. (2 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$$

(a) (1 punto) Encontrar los puntos de discontinuidad de f . Determinar razonadamente si alguna de las discontinuidades es evitable.

(b) (1 punto) Estudiar si f tiene alguna asíntota vertical. (Junio 2003 - Opción A)

30. (3 puntos)

(a) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función $g(x) = e^x - x$

(b) (1 punto) Calcular el dominio de definición de $f(x) = \frac{1}{e^x - x}$ y su comportamiento para $x \longrightarrow \infty$ y $x \longrightarrow -\infty$.

(c) (1 punto) Determinar (si existen) los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en su dominio de definición. (Junio 2003 - Opción B)

31. (3 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{sinx}{2-cosx}$ definida en el intervalo cerrado y acotado $[-2\pi, 2\pi]$. Se pide:

   (a) (1 punto) Calcular los puntos del intervalo dado donde f alcanza sus valores máximo y mínimo absolutos.

   (b) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función f en el intervalo dado.

   (c) (1 punto) Calcular

$$\int_0^{\pi/3} f(x)dx$$

   (Septiembre 2003 - Opción A)

32. (3 puntos) Sea la función $f(x) = 2x|4 - x|$.

   (a) Estudiar su continuidad y su derivabilidad.

   (b) Dibujar su gráfica.

   (c) Calcular el área del recinto acotado por la gráfica $y = f(x)$, las rectas $x = 0, x = 5$, y el eje OX. (Septiembre 2003 - Opción B)

Curso 2003-2004

33. Año 2004 (2 puntos)

    (a) (1 punto) Calcular el límite de la sucesión cuyo término general es $(\frac{3n-1}{3n})^{2n}$.

    (b) (1 punto) Sean las funciones $F(x) = \int_1^x \sqrt{5+e^{t4}}dt,\ g(x) = x^2$. Calcular $(F(g(x)))'$. (Modelo 2004 - Opción A)

34. (2 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x^2-x} & si \quad x \neq \ 0 \\ a & si \quad x = \ 0 \end{cases}$$

    (a) (1 punto) Determinar su dominio, y calcular los límites laterales cuando $x \longrightarrow 1$.

    (b) (1 punto) Estudiar su continuidad, y hallar el valor de a para el que f es continua en $x = 0$. (Modelo 2004 - Opción A)

35. (3 puntos) Se considera la función :

$$f(x) = \frac{1}{1+(sinx)^2}$$

    Se pide:

    (a) (1 punto) Calcular sus puntos críticos en el intervalo abierto $(-\pi, \pi)$.

    (b) (1 punto) Calcular los extremos relativos y/o absolutos de la función $f(x)$ en el intervalo cerrado $[-\pi, \pi]$.

    (c) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $(\frac{\pi}{4}, f(\frac{\pi}{4}))$. (Modelo 2004 - Opción B)

36. (2 puntos) Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima. (Junio 2004 - Opción A)

37. (2 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \frac{(2x-1)^2}{4x^2+1}$$

    (a) (1 punto) Calcular las asíntotas, el máximo y el mínimo absolutos de la función $f(x)$

    (b) (1 punto)Calcular $\int_0^1 f(x)dx$ (Junio 2004 - Opción A)

38. (3 puntos) Dada la función $f(x) = 1 - x^2$, se pide:

    (a) (1 punto) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $P(a, f(a))$, donde $0 < a < 1$.

    (b) (1 punto) Hallar los puntos A y B en los que la recta hallada en el apartado anterior corta a los ejes vertical y horizontal respectivamente.

    (c) (1 punto) Determinar el valor de $a \in (0, 1)$ para el cual la distancia entre el punto A y el punto $P(a, f(a))$ es el doble de la distancia entre el punto B y el punto $P(a, f(a))$. (Junio 2004 - Opción B)

39. (3 puntos) Sabiendo que una función $f(x)$ tiene como derivada

$$f'(x) = (x-4)^2(x^2-8x+7)$$

(a) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

(b) (1 punto) Hallar los máximos y mínimos relativos de f .

(c) (1 punto) ¿Es el punto $x = 4$ un punto de inflexión de f ?. Justificar razonadamente la respuesta. (Septiembre 2004 - Opción A)

40. (3 puntos) Sea la función $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x^2+x+1}\right)^2$

(a) (1 punto) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.

(b) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función, utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que f tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abscisas son $x_1 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$,$x_2 = \frac{1}{2}$,$x_3 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, respectivamente.

(c) (1 punto) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función f , el eje OX, la recta $x = 0$, y la recta $x = 2$. (Septiembre 2004 - Opción B)

Curso 2004-2005

41. (2 puntos)

    (a) Justificar razonadamente que la gráfica de la función $f(x) = x^{15} + x + 1$ corta al eje OX al menos una vez en el intervalo $[-1, 1]$.

    (b) Determinar el número exacto de puntos de corte con el eje OX cuando x recorre toda la recta real. (Modelo 2005 - Opción A)

42. (2 puntos)

    (a) (1 punto) Determinar el punto P , contenido en el primer cuadrante, en el que se corta la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2}{2}$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 8$.

    (b) (1 punto) Calcular el área de la región limitada por la recta que une el origen y el punto P hallado en el apartado anterior, y el arco de la curva $y = \frac{x^2}{2}$ comprendido entre el origen y el punto P . (Modelo 2005 - Opción A)

43. (3 puntos) Sea la función $f(x) = ln(1 + x^2)$, donde ln significa Logaritmo Neperiano.

    (a) (1 punto) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los intervalos de concavidad y convexidad.

    (b) (1 punto) Dibujar la gráfica de f .

    (c) (1 punto). Calcular las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f en sus puntos de inflexión. (Modelo 2005 - Opción B)

44. (2 puntos) Sea $f(x)$ una función derivable en $(0, 1)$ y continua en $[0, 1]$, tal que $f(1) = 0$ y $\int_0^1 2xf'(x)dx = 1$. Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar $\int_0^1 f(x)dx$. (Junio 2005 - Opción A)

45. (2 puntos) Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:

    - tiene un máximo relativo en $x = 1$.
    - tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0, 1)$.
    - se verifica que $\int_0^1 p(x)dx = \frac{5}{4}$ (Junio 2005 - Opción A)

46. (3 puntos) Calcular los siguientes límites

    (a) (1,5 puntos) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$

    (b) (1,5 puntos) $\lim\limits_{x\to\infty} x[arctan(e^x) - \frac{\pi}{2}]$(Junio 2005 - Opción B)

47. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1}{x}$ se pide:

    (a) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto $(a, f(a))$ para $a > 0$

    (b) (1 punto) Hallar los puntos de corte de las recta tangente hallada en el apartado anterior con los ejes coordenados.

    (c) (1 punto) Hallar el valor de $a > 0$ que hace que las distancias entre los dos puntos hallados en el apartado anterior sea mínima. (Septiembre 2005 - Opción A)

48. (2 puntos) Dada la función $f(x) = ln\frac{x^2}{x-1}$ donde $ln\ x$ significa logaritmo neperiano, definida para $x > 1$, hallar un punto $(a, f(a))$ tal que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en ese punto sea paralela al eje OX. (Septiembre 2005 - Opción B)

49. (2 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \frac{e^x}{(1+ex)^2}$$

(a) (1 punto) Calcular los extremos locales y/o globales de la función $f(x)$.

(b) (1 punto) Determinar el valor del parámetro a tal que:

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{1}{4}$$

(Septiembre 2005 - Opción B)

Curso 2005-2006

50. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$$

   (a) (2 puntos) Hallar sus máximos y mínimos locales y/o globales.

   (b) (1 punto) Determinar el valor del parámetro $a > 0$ para el cual es:

$$\int_0^a f(x)dx = -1$$

   (Modelo 2006 - Opción A)

51. (2 puntos)

   (a) (1 punto) Hallar el punto P en el que se cortan las gráficas de las funciones:

$$f(x) = \frac{2}{x} \qquad g(x) = +\sqrt{x^2-3}$$

   (b) (1 punto) Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes en el punto P a cada una de las curvas anteriores y demostrar que son perpendiculares. (Modelo 2006 - Opción B)

52. (2 puntos) Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2 + sin\, x - cos\, x}$$

   Se pide:

   (a) (1 punto) Calcular los extremos locales y/o globales en el intervalo $[-\pi, \pi]$

   (b) (1 punto) Comprobar la existencia de, al menos, un punto $c \in [-\pi, \pi]$ tal que $f''(= 0$. (Sugerencia: utilizar el teorema de Rolle). Demostrar que en c hay un punto de inflexión. (Modelo 2006 - Opción B)

53. (3 puntos) Se pide:

   (a) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

   (b) (1 punto) Demostrar que la función $a_n = \frac{2n}{n+1}$ es monótona creciente.

   (c) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} n^2(a_{n+1} - a_n)$(Junio 2006 - Opción A)

54. (3 puntos) Se pide:

   (a) (1,5 punto) Estudiar y representar gráficamente la función:

$$f(x) = \frac{1}{(x^2-2)^2}$$

   (b) (1,5 puntos) Hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función anterior y las rectas $y = 1$, $x = 5/2$. (Junio 2006 - Opción B)

55. (2 puntos) Calcular

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2+2x}$$

(Septiembre 2006 - Opción A)

56. (2 puntos)

   (a) (1 punto) Calcular los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & si \quad x < \quad 0 \\ kx^2 + 2 \cdot a \cdot cos\, x & si \quad 0 \le x < \quad \pi \\ ax^2 + b & si \quad x \ge \quad \pi \end{cases}$ sea continua en todo valor de x.

   (b) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ para todos los valores a y b obtenidos en el apartado anterior. (Septiembre 2006 - Opción A)

57. (3 puntos) Dada la función $f(x) = xe^{2x}$, se pide:

   (a) (1,5 puntos) Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

   (b) (1,5 puntos) Calcular el área comprendida entre el eje OX y la gráfica de $f(x)$ entre $-1 \le x \le 1$. (Septiembre 2006 - Opción B)

Curso 2006-2007

58. (3 puntos)

    (a) (1 puntos) Si f es una función continua, obtener $F'(x)$ siendo

    $$F(x) = \int_0^x (f(t) + t^2 + t^3)dt$$

    (b) (2 punto) Si $f(1) = 1$ y además $\int_0^1 f(t)dt = 1$, hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $F(x)$ en el punto $(1, F(1))$. (Modelo 2007 - Opción A)

59. (2 puntos) Dada la función $f(x) = 6x^2 - x^3$, se pide:

    (a) (1 punto) Hallar un valor $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ sea paralela a la recta $y = -15x$.

    (b) (1 punto) Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de f y la parte positiva del eje OX. (Modelo 2007 - Opción B)

60. (2 puntos) Obtener el valor de k sabiendo que

    $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^{kx+5} = e^2$$

    (Modelo 2007 - Opción B)

61. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = x^2 + m$, donde $m > 0$ es una constante.

    (a) (1,5 puntos) Para cada valor de m hallar el valor de $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ pase por el origen de coordenadas.

    (b) (1,5 puntos) Hallar el valor de m para que la recta $y = x$ sea tangente a la gráfica de $f(x)$. (Junio 2007 - Opción A)

62. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2-12}{x^2+4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje OX. (Junio 2007 - Opción B)

63. (2 puntos) Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \frac{|x|}{2-x}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas. (Junio 2007 - Op B)

64. (3 puntos)

    (a) (1,5 puntos) Hallar los máximos y los mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

    $$f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x^2 + 1}$$

    (b) (1,5 puntos) Determinar una función $F(x)$ tal que su derivada sea $f(x)$ y además $F(0) = 4$. (Septiembre 2007 - Opción A)

65. (3 puntos) Sea g(x) una función continua y derivable para todo valor real de x, de la que se conoce la siguiente información:

    - $g'(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, 0)\bigcup(2, +\infty)$, mientras que $g'(x) < 0$ para todo $x \in (0, 2)$.
    - $g''(x) > 0$para todo $x \in (1, 3)$ y $g''(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, 1)\bigcup(3, +\infty)$.
    - $g(-1) = 0, g(0) = 2, g(2) = 1$.

- $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ y $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 3$

Teniendo en cuenta los datos anteriores, se pide:

(a) (1 punto) Analizar razonadamente la posible existencia o no existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.

(b) (1 punto) Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función $g(x)$.

(c) (1 punto) Si $G(x) = \int_0^x g(t)\,\mathrm{dt}$ encontrar un valor x_0 tal que su derivada $G'(x_0) = 0$

Curso 2007-2008

66. (2 puntos) Se considera la función
$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$
   (a) (1 punto) Hallar sus asíntotas y sus extremos locales.
   (b) (1 punto) Calcular los puntos de inflexión de $f(x)$ y dibujar la gráfica de $f(x)$. (Modelo 2008 - Opción A)

67. (2 puntos) Calcular:
   (a) (1 punto) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2+n}{1+n}\right)^{1-5n}$
   (b) (1 punto) $\lim\limits_{n\to-\infty}\frac{\sqrt{n^4+2n^3-3}-\sqrt{n^4-n}}{n+5}$ (Modelo 2008 - Opción A)

68. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax^2+b & si \quad |x| < \quad 2 \\ \\ 1/x^2 & si \quad x \geq \quad 2 \end{cases}$ Se pide:
   (a) (1,5 punto) Calcular a y b para que f sea continua y derivable en todo R.
   (b) (1,5 punto) Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, calcular el área de la región acotada limitada por la gráfica de f el eje horizontal y las rectas $x = 1$, $x = 3$. (Modelo 2008 - Opción B)

69. (2 puntos) Estudiar los siguientes límites:
   (a) (1 punto) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x - x^2)$
   (b) (1 punto) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4^x+5^x}{3^x+6^x}$ (Junio 2008 - Opción A)

70. (2 puntos) Obtener los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función: $f(x) = x(ln(x))^2$ siendo $ln(x)$ el logaritmo neperiano de x. (Junio 2008 - Opción A)

71. (3 puntos)
   (a) (1,5 puntos) Para cada valor de $c > 0$, calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función: $f(x) = cx^4 + \frac{1}{c}x^2 + 1$ el eje OX y las rectas $x = 0, x = 1$.
   (b) (1,5 puntos) Hallar el valor de c para el cual el área obtenida en el apartado anterior es mínima. (Junio 2008 - Opción B)

72. (3 puntos) Dada la función;
$$f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$$
   se pide:
   (a) (2 puntos) Dibujar la gráfica de f , estudiando el crecimiento, decreci- miento, puntos de inflexión y asíntotas.
   (b) (1 punto) Calcular: $\int_0^1 f(x)dx$ (Septiembre 2008 - Opción A)

73. (3 puntos)
   (a) (1,5 puntos) Calcular: $\int x^3 ln(x)dx$ donde ln(x) es el logaritmo neperiano de x.

(b) (1,5 puntos) Utilizar el cambio de variable $x = e^t - e^{-t}$ para calcular:

$$\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

Indicación : Para deshacer el cambio de variable utilizar:

$$t = ln\left(\frac{x+\sqrt{x^2+4}}{2}\right)$$

(Septiembre 2008 - Opción B)

Curso 2008-2009

74. (3 puntos) Sea: $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2}{4} & si \quad x \quad < \frac{3}{2} \\ \\ \frac{7}{12}(1-(x-2)^2) & si \quad x \geq \quad \frac{3}{2} \end{cases}$

    (a) (1 punto) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $f(x)$.

    (b) (1 punto) Hallar los máximos y mínimos locales de $f(x)$

    (c) (1 punto) Dibujar la gráfica de $f(x)$. (Modelo 2009 - Opción A)

75. (2 puntos) Sea:
$$f(x) = \frac{|x|}{x^2+1}$$

    (a) (1 punto) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.

    (b) (1 punto) Estudiar cuándo se verifica que $f'(x) = 0$. Puesto que $f(1) = f(-1)$, ¿existe contradicción con el teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 1]$? (Modelo 2009 - Opción B)

76. (3 puntos) Sea
$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & si \quad x \quad \leq 1 \\ \\ ln\, x & si \quad x > \quad 1 \end{cases}$$
donde lnx significa logaritmo neperiano de x. Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de $f(x)$, y por la recta $y = 1$. (Modelo 2009 - Opción B)

77. (2 puntos) Calcular el siguiente límite:
$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{\alpha x^2+4x+8}\right)^{(x+1)}$$
según los valores del parámetro α (Junio 2009 - Opción A)

78. (2 puntos) Calcular la integral:
$$F(x) = \int_0^x t^2 e^{-t} dt$$
(Junio 2009 - Opción A)

79. (3 puntos) Si la derivada de la función $f(x)$ es:
$$f'(x) = (x-1)^3(x-5)$$
Obtener:

    (a) (1 punto) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

    (b) (1 punto) Los valores de x en los cuales f tiene máximos relativos, mínimos relativos, o puntos de inflexión.

    (c) (1 punto) La función f sabiendo que $f(0) = 0$ (Junio 2009 - Opción B)

80. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{ln(1+ax)-bx}{x^2} & si \quad x \quad 1+ax > 0\, y\, x \neq 0 \\ \\ \frac{-1}{2} & si \qquad\qquad x = 0 \end{cases}$$
Se pide:

(a) (1,5 puntos) Hallar los valores de los parámetros a, b para los cuales la función f es continua en $x = 0$.

(b) (1,5 puntos) Para $a = b = 1$, estudiar si la función f es derivable en $x = 0$ aplicando la definición de derivada. (Septiembre 2009 - Opción A)

81. (3 puntos)

(a) (1 punto) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

hallar el punto o los puntos de la gráfica de $f(x)$ en los que la pendiente de la recta tangente sea 1.

(b) (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $x = 0$.

(c) (1,5 puntos) Sea g una función derivable con derivada continua en toda la recta real, y tal que $g(0) = 0, g(2) = 2$. Demostrar que existe al menos un punto c en el intervalo $(0, 2)$ tal que $g'(c) = 1$. (Septiembre 2009 - Opción B)

82. (3 puntos) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

(a) (1 punto) $f(x) = (2x)^{3x}.\pi$

(b) (1 punto) $g(x) = cos\frac{\pi}{8}$

(c) (1 punto) $h(x) = \int_{5\pi}^{6\pi} e^{cost}dt$. (Septiembre 2009 - Opción A (Reserv)

83. (2 puntos) Sabiendo que el volumen de un cubo de lado a es $V = a^3$ centímetros cúbicos, calcular el valor mínimo de$V(x) + V(y)$ si $x + y = 5$. (Septiembre 2009 - Opción B (Reserv)

84. (2 puntos) Calcular las siguientes integrales:

(a) (1 punto)

$$\int (2x + 1)3dx, \qquad \int x^3 e^{x^4} dx$$

(b) (1 punto)

$$\int 2^x dx, \qquad \int \frac{1 + x + x^4}{x^3} dx$$

(Septiembre 2009 - Opción B (Reserv)

Curso 2009-2010

85. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = e^x + ae^{-x}$$
, siendo a un número real, estudiar los siguientes apartados en función de a:
   (a) (1,5 puntos) Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
   (b) (1 punto) Estudiar para que valor , o valores, de a la función f tiene alguna asíntota horizontal.
   (c) (0,5 puntos) Para $a \geq 0$, hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 0, x = 2$. (Modelo 2010 - Opción A)

86. (3 puntos) Dada la función: $f(x) = x^3 - x$ Se pide:
   (a) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(-1, f(-1))$.
   (b) (1 punto) Determinar los puntos de intersección de la recta hallada en el apartado anterior con la gráfica de f .
   (c) (1 punto) Calcular el área de la región acotada que está comprendida entre la gráfica de f y la recta obtenida en el apartado anterior. (Modelo 2010 - Opción B)

87. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$
se pide:
   (a) (0,75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
   (b) (0,75 puntos) Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$.
   (c) (0,75 puntos) Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de $f(x)$.
   (d) (0,75 puntos) Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $y = x + 2, x = 1$. (General-Junio 2010 - Opción A)

88. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} ln\, x}{2^x} & si \quad x \quad > 0 \\ x + k & si \quad x \quad \leq 0 \end{cases}$$
donde ln x significa logaritmo neperiano de x, se pide:
   (a) (1 punto) Determinar el valor de k para que la función sea continua en R.
   (b) (1 punto) Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
   (c) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$. (General-Junio 2010 - Opción B)

89. (2 puntos) Hallar:
   (a) (1 punto) $\lim_{x\to\infty} \left[\frac{\sqrt[3]{3+5x-8x^3}}{1+2x} \right]^{25}$
   (b) (1 punto) $\lim_{x\to 0} \left[1 + 4x^3\right]^{\frac{2}{x^3}}$ (Específica-Junio 2010 - Opción A)

90. 136(2 puntos) Dada la función $f(x) = ln(x^2 + 4x - 5)$, donde ln significa logaritmo neperiano,se pide:

   (a) (1 punto) Determinar el dominio de definición de $f(x)$ y las asíntotas verticales de su gráfica.

   (b) (1 punto) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. (Específica-Junio 2010 - Opción A)

91. (3 puntos) Dadas las funciones:

$$y = 9 - x^2, \qquad y = 2x + 1$$

   se pide:

   (a) (1 punto) Dibujar las gráficas de las dos funciones identificando el recinto acotado por ellas.

   (b) (1 punto) Calcular el área de dicho recinto acotado.

   (c) (1 punto) Hallar el volumen de un cuerpo de revolución obtenido al hacer girar alrederdor del eje OX el recinto acotado por la gráfica de $y = 9 - x^2$ y el eje OX. (Específica-Junio 2010 - Opción B)

92. (2 puntos) Calcular los límites:

   (a) (1 punto). $\lim_{x\to 0} [1 + arctg\, x]^{\frac{a}{x}}$

   (b) (1 punto). $\lim_{x\to\infty} \left[\frac{3x+2e^x}{7x+5e^x}\right]$ (General-Septiembre 2010 - Opción A)

93. (2 puntos) Calcular:

   (a) (1 punto). $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\, dx$

   (b) (1 punto). $\int_0^\pi xcos\, x\, dx$ (General-Septiembre 2010 - Opción A)

94. (2 puntos) Obtener el valor de a para que

$$\lim_{x\to\infty} \left[\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}\right]^{ax^2} = 4$$

   (Específica-Septiembre 2010 - Opción A)

95. (2 puntos) Hallar:

   (a) (0,5 puntos). $\int_{14}^{16} (x - 15)^8\, dx$

   (b) (1,5 puntos). $\int_9^{11} (x - 10)^{19}(x - 9)\, dx$ (Específica-Septiembre 2010 - Opción A)

96. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}$$

   se pide:

   (a) (1,5 puntos). Estudiar y obtener las asíntotas.

   (b) (1 punto). Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.

   (c) (0,5 puntos). Representar gráficamente la función. (Específica-Septiembre 2010 - Opción B)

Curso 2010-2011

97. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$$
se pide:
    (a) (1,5 puntos). Obtener, si existen, los máximos y mínimos relativos, y las asíntotas.
    (b) (1,5 puntos). Calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 0, x = 3$. (Modelo 2011 - Opción A)

98. (2 puntos) Calcular los siguientes límites:
    (a) (1 punto).
    $$\lim_{x\to 0^+} xe^{1/x}$$
    (b) (1 punto).
    $$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+tan\,x} - \sqrt{1-tan\,x}}{x}$$
    (Modelo 2011 - Opción B)

99. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1}{2} - sinx$, calcular el área del recinto acotado comprendido entre la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ (Modelo 2011 - Opción B)

100. (2 puntos) Se pide:
    (a) (1 punto). Calcular la integral $\int_1^3 x\sqrt{4+5x^2}dx$.
    (b) (1 punto). √ Hallar los valores mínimo y máximo absolutos de la función $f(x) = \sqrt{12-3x^2}$. (Junio 2011 - Opción A)

101. (2 puntos) Se pide:
    (a) (1 punto). Calcular el siguiente límite:
    $$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$$
    (b) (1 punto). Demostrar que la ecuación $4x^5 + 3x + m = 0$sólo tiene una raiz real, cualquiera que sea el número m. Justificar la respuesta indicando qué teoremas se usan. (Junio 2011 - Opción A)

102. (3 puntos) Dada la función:
$$f(x) = \frac{ax^4+1}{x^3}$$
Se pide:
    (a) (1 punto). Determinar el valor de a para el que la función posee un mínimo relativo en $x = 1$. Para este valor de a obtener los otros puntos en que f tiene un extremo relativo.
    (b) (1 punto). Obtener las asíntotas de de la gráfica de $y = f(x)$ para $a = 1$.
    (c) (1 punto). Esbozar la gráfica de la función para $a = 1$. (Junio 2011 - Opción B)

103. (3 puntos).

(a) (1 punto) Calcular los límites:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}} \qquad \lim_{x \to \infty} \frac{2}{4 + e^{-(x+1)}}$$

(b) (1 punto) Calcular la integral:$\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2} dx$

(c) (1 punto) Hallar el dominio de definición de la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 9x + 14}$. Hallar el conjunto de puntos en los que la función f tiene derivada. (Septiembre 2011 - Opción A)

104. (2 puntos). Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} & si \quad x \quad < 0 \\ k & si \quad x \quad = 0 \\ \frac{\cos x - 1}{\sin x} & si \quad x \quad > 0 \end{cases}$$

hallar el valor de k para que f sea continua en $x = 0$. Justificar la respuesta. (Septiembre 2011 - Opción B)

105. (2 puntos).

(a) (1 punto). Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x) = -sinx$ y el eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$.

(b) (1 punto). Hallar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al hacer girar la gráfica de $f(x) = -\sin x$ alrededor del eje OX entre las abscisas $x = 0$ y $x = 2\pi$. (Septiembre 2011 - Opción B)

Curso 2011-2012

106. (2 puntos) Halla el valor de λ para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda x^2}-1}{3x^2} & si \quad x \quad > 0 \\ \frac{sin\, 2x}{x} & si \quad x \quad \leq 0 \end{cases}$$

sea continua. Razonar la respuesta. (Modelo 2012 - Opción A)

107. (2 puntos) Dado el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, obtener los valores de a, b y c de modo que se verifiquen las condiciones siguientes:

- El polinomio $P(x)$ tenga extremos relativos en los puntos de abscisas $x = -1/3, x = -1$.
- La recta tangente a la gráfica de $P(x)$ en el punto $(0, P(0))$ sea $y = x + 3$. (Modelo 2012 - Opción A)

108. (3 puntos) Sabiendo que la funcion $F(x)$ tiene derivada $f(x)$ continua en el intervalo cerrado $[2, 5]$, y, ademas, que:

$$F(2) = 1, F(3) = 2, F(4) = 6, F(5) = 3, f(3) = 3 \ y \ f(4) = -1$$

; Hallar:

(a) (0,5 puntos). $\int_2^5 f(x)dx$

(b) (1 punto). $\int_2^3 (5f(x) - 7)dx$

(c) (1,5 puntos). $\int_2^4 F(x)f(x)dx$ (Modelo 2012 - Opción B)

109. (2 puntos) Hallar a, b, c de modo que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ alcance en $x = 1$ un máximo relativo de valor 2, y tenga en $x = 3$ un punto de inflexión. (Junio 2012 - Opción A)

110. (2 puntos) Calcular razonadamente las siguientes integrales definidas:

(a) (1 punto). $\int_2^{\pi} e^{2x} cos\, x dx$

(b) (1 punto). $\int_2^{\pi/2} \frac{sin\, 2x}{1+cos^2 x} dx$ (Junio 2012 - Opción A)

111. (3 puntos) Dadas las funciones

$$f(x) = \frac{3x + ln(x + 1)}{\sqrt{x^2 - 3}}, \qquad g(x) = (ln\, x)^x, \qquad h(x) = sen(\pi - x)$$

se pide:

(a) (1 punto). Hallar el dominio de $f(x)$ y el $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

(b) (1 punto). Calcular $g'(e)$.

(c) (1 punto). Calcular, en el intervalo $(0, 2\pi)$, las coordenadas de los pun- tos de corte con el eje de abscisas y las coordenadas de los extremos relativos de $h(x)$. (Junio 2012 - Opción B)

112. (3 puntos) Dada la función $f(x) = cos^2 x$, se pide:

(a) (1 punto). Calcular los extremos relativos de f en el intervalo $(-\pi, \pi)$

(b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexion de f en el intervalo $(-\pi, \pi)$

(c) (1 punto). Hallar la primitiva $g(x)$ de $f(x)$ tal que $g(\pi/4) = 0$. (Junio 2012 (coincidente)- Opción A)

113. (2 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$$

se pide:

(a) (1 punto) Hallar $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$

(b) (1 punto) Hallar $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ (Junio 2012 (coincidente)- Opción B)

114. (2 puntos)

(a) (1 punto) Sea $f(x)$ una función continua tal que $\int_1^8 f(u)du = 3$. 1 Hallar

$$\int_1^2 f(x^3)x^2 dx$$

(b) (1 punto) Hallar el dominio de definición y las abscisas de los puntos donde la función

$$F(x) = \sqrt{(x-3)(9-x)^2}$$

alcanza sus máximos y mínimos relativos. (Junio 2012 (coincidente)- Opción B)

115. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} 3x + A & si & x \le 3 \\ -4 + 10x - x^2 & si & x > 3 \end{array} \right.$$

se pide:

(a) (1 punto). Hallar el valor de A para que $f(x)$ sea continua. ¿Es derivable para ese valor de A?

(b) (1 punto). Hallar los puntos en los que $f'(x) = 0$.

(c) (1 punto). Hallar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[4, 8]$. (Septiembre 2012 - Opción A)

116. (3 puntos) Dada la función $f(x) = x^2 sin\, x$, se pide:

(a) (1 punto). Determinar, justicando la respuesta, si la ecuación $f(x) = 0$ tiene alguna solución en el intervalo abierto $(\pi/2, \pi)$.

(b) (1 punto). Calcular la integral de f en el intervalo $[0, \pi]$.

(c) (1 punto). Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $(\pi, f(\pi))$. Recúerdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto. (Septiembre 2012 - Opción B)

Curso 2012-2013

117. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+3x}{x-1} & si \quad x \quad < 0 \\ a & si \quad x \quad = 0 \\ e^{-1/x} & si \quad x \quad > 0 \end{cases}$$

se pide:

(a) (1 punto). Determinar el valor de a para que f sea continua en x = 0.

(b) (1 punto). Para ese valor de a, estudiar la derivabilidad de f en x = 0.

(c) (1 punto). Hallar, si las tiene, las asíntotas de la gráfica $y = f(x)$. (Modelo 2013 - Opción A)

118. (3 puntos)

(a) (0,5 puntos). Representar gráficamente el recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = ln\, x$ y el eje OX entre las abscisas $x = \frac{1}{e}, x = e$.

(b) (1,25 puntos). Calcular el área de dicho recinto.

(c) (1,25 puntos). Calcular el volumen del sólido de revolución obtenido al girar dicho recinto alrededor del eje OX. (Modelo 2013 - Opción B)

119. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$, se pide se pide:

(a) (1 punto). Hallar las asíntotas de su gráfica.

(b) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$. (Junio 2013 - Opción A)

120. (2 puntos) Calcular las siguientes integrales:

(a) $\int \frac{x-3}{x^2+9} dx$

(b) $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$ (Junio 2013 - Opción A)

121. (3 puntos) Dada la función $f(x) = 2cos^2 x$, se pide:

(a) (1 punto). Calcular los extremos absolutos de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(b) (1 punto). Calcular los puntos de inflexion de $f(x)$ en $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) (1 punto). Calcular $\int_0^{\pi/2} f(x)dx$ (Junio 2013 - Opción B)

122. (2 puntos) Dada la función $f(x) = e^{-x} - x$, se pide:

(a) (1 punto). Determinar el polinomio de segundo grado, $P(x) = ax^2 + bx + c$, que verifica simultáneamente las tres condiciones siguientes: $P(0) = f(0), P'(0) = f'(0), P''(0) = f''(0)$.

(b) (1 punto). Usar los teoremas de Bolzano y Rolle para demostrar que la ecuación $f(x) = 0$ tiene una única solución real. (Junio 2013 (coincidente)- Opción A)

123. (2 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a & si \quad x \quad < 0 \\ \\ 1 + xe^{-x} & si \quad x \quad \geq 0 \end{cases}$$

se pide:

(a) (1 punto). Determinar el valor de a para que f sea continua en $x = 0$ y estudiar, en ese caso, la derivabilidad de f en $x = 0$.

(b) (1 punto). Calcular, en función de a, la integral .$\int_{-1}^{1} f(x)dx$ (Junio 2013 (coincidente)- Opción A)

124. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sin\, x}{x} & si \quad x \quad < 0 \\ \frac{ln(x+1)}{x+1} & si \quad x \quad \geq 0 \end{cases}$$

donde ln significa logaritmo neperiano, se pide:

(a) (1 punto). Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 0$.

(b) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

(c) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' , donde sea posible. (Junio 2013 (coincidente)- Opción B)

125. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{4}{x-4} + \frac{27}{2x+2}$$

se pide:

(a) (0,75 puntos). Hallar las asíntotas de su gráfica.

(b) (1,75 puntos). Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcular sus puntos de inflexión.

(c) (0,5 puntos). Esbozar la gráfica de la función. (Septiembre 2013 - Opción A)

126. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, se pide:

(a) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 0$.

(b) (1 punto). Calcular $\int_0^1 xf(x)dx$. (Septiembre 2013 - Opción B)

127. (2 puntos) Dada la función $f(x) = e^{1/x}$, se pide:

(a) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ y estudiar la existencia de $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

(b) (1 punto). Esbozar la gráfica $y = f(x)$ determinando los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ y sus asíntotas. (Septiembre 2013 - Opción B)

128. (2 puntos) Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, se pide:

(a) (1,5 puntos). Hallar los valores de a, b y c para que la gráfica de la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa x = 1, un punto de inflexión en el de abscisa $x = \frac{2}{3}$ y corte el eje OY en el punto de ordenada $y = 1$.

(b) (0,5 puntos). ¿Es el extremo relativo un máximo o un mínimo? (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción A)

129. (2 puntos)Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 25 & si \quad x \quad \leq 1 \\ 5\sqrt{(2+x)^2 + (5-x)^2} & si \quad 1 < x \quad < 2 \\ \frac{5ln(x^2+1)}{ln\, 5} & si \quad x \quad \geq 2 \end{cases}$$

Se pide:

(a) (1 punto). Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.

(b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción A)

130. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2+\alpha}{x^2+1}$, se pide:

(a) (1 punto). Calcular la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$.

(b) (0,5 puntos). Hallar el valor de α para el que esta recta tangente es horizontal.

(c) (1,5 puntos). Representar gráficamente la función y $= f(x)$ para $\alpha = 2$, estudiando sus asíntotas y su crecimiento y decrecimiento. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción B)

Curso 2013-2014

131. (2 puntos) Calcular los siguientes límites:

   (a) (1 punto). $\lim\limits_{x\to 0} \frac{arct\,x-x}{x^3}$

   (b) (1 punto). $\lim\limits_{x\to 0}(1-sin\,x)^{1/x}$ (Modelo 2014 - Opción A)

132. (2 puntos)

   (a) (1 punto). Sea $g(x)$ una función derivable que cumple $g(6)=\int_5^6 g(x)dx$. Hallar

$$\int_5^6 (x-5)g'(x)dx$$

   (b) (1 punto). Sea $f(x)$ una función continua que verifica $\int_1^e f(u)du=\frac{1}{2}$ Hallar

$$\int_1^e f(e^{x/2})e^{x/2}dx$$

   (Modelo 2014 - Opción A

133. (3 puntos) Dada la función $f(x)$

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2x^{2+6}}{x-1} & si \quad x \quad <0 \\ \\ \frac{x^2-1}{x^{2+1}} & si \quad x \quad \geq 0 \end{cases}$$

se pide:

   (a) (0,75 puntos). Estudiar su continuidad.

   (b) (1 punto). Estudiar la existencia de asíntotas de su gráfica y, en su caso, calcularlas.

   (c) (1,25 puntos). Hallar los extremos relativos y esbozar de su gráfica. (Modelo 2014 - Opción B)

134. (2 puntos)

   (a) (1 punto). Sea $f:R\to R$ una función dos veces derivable. Sabiendo que el punto de abscisa $x=-2$ es un punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ y que la recta de ecuación $y=16x+16$ es tangente a la gráfica de $f(x)$ en dicho punto, determinar:

$$f(-2), f'(-2) \quad y \quad f''(-2)$$

   (b) (1 punto). Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de la función $g(x)=x^4+4x^3$ y el eje OX. (Junio 2014 - Opción A)

135. (2 puntos) Calcular justificadamente:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-2x-e^x+sin\,(3x)}{x^2}$

   (b) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(5x^2+2)(x-6)}{(x^2-1)(2x-1)}$(Junio 2014 - Opción A)

136. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + ln\,(1-x) & si \quad x \quad < 0 \\ \\ x^2 e^{-x} & si \quad x \quad \geq 0 \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano) se pide:

(a) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

(b) . (1 punto). Calcular el valor de a, para que $f(x)$ sea continua en todo R.

(c) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' , donde sea posible. (Junio 2014 - Opción B)

137. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{mx^3-1}{x^2}$, se pide:

(a) (1 punto). Hallar el valor de m para el que f tiene un extremo relativo en $x = 1$.

(b) (1 punto). Obtener las asíntotas de f para el caso $m = -2$.

(c) (1 punto). En el caso $m = -2$, estudiar los intervalos de crecimiento de f y calcular los puntos de corte con los ejes. Esbozar la gráfica de f y sus asíntotas. (Junio 2014 (coincidente)- Opción A)

138. (2 puntos) Sea $f(x)$ una función con derivada continua tal que $f(0) = 1$ y $f'(0) = 2$. Se considera la función $g(x) = 2(f(x))^2$ y se pide:

(a) (1 punto). Hallar la recta tangente a la curva $y = g(x)$ en $x = 0$.

(b) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-1}{e^{-x}-1}$

(c) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f', donde sea posible. (Junio 2014 (coincidente)- Opción B)

139. (2 puntos) Calcular:

(a) (1 punto).

$$\int_1^{3/2} \frac{dx}{1-4x^2}$$

(b) (1 punto)

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{ln\,x} \right)$$

donde ln denota logaritmo neperiano. – (Junio 2014 (coincidente)- Opción B)

140. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4}$$

se pide:

(a) (1 punto). Determinar el dominio de f y sus asíntotas.

(b) (1 punto). Calcular f ' (x) y determinar los extremos relativos de $f(x)$.

(c) (1 punto). Calcular$\int_0^1 f(x)dx$. (Septiembre 2014 - Opción A)

141. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5 sin x}{2x} + \frac{1}{2} & si\, x \quad < 0 \\ a & si \quad x \quad = 0 \\ xe x^{x} + 3 & si \quad x > \quad 0 \end{cases}$$

Se pide:

(a) (1 punto). Hallar, si existe, el valor de a para que $f(x)$ sea continua.

(b) (1 punto). Decidir si la función es derivable en $x = 0$ para algún valor de a.

(c) (1 punto). Calcular la integral:

$$\int_{1}^{ln\, 5} f(x) dx$$

, donde ln denota logaritmo neperiano. (Septiembre 2014 - Opción B)

Curso 2014-2015

142. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x^2-1}$, se pide:

   (a) (0,5 puntos). Hallar el dominio de $f(x)$.

   (b) (1 punto). Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

   (c) (1,5 puntos). El área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = \pm 1/2$. (Modelo 2015 - Opción A)

143. (3 puntos) Hallar

   (a) (1 punto). $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+sin\,x}-\sqrt{1-sin\,x}}{x}$

   (b) (1 punto).$\int (3x+5)cosxdx$.

   (c) (1 punto). Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{e^x-e^x}{x}$. (Modelo 2015 - Opción B)

144. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} + \frac{ln(x+1)}{x+1}$$

   donde ln denota logaritmo neperiano, se pide:

   (a) (1,5 puntos) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.

   (b) (0,75 puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.

   (c) (0,75 puntos) Calcular $\int f(x)dx$. (Junio 2015 - Opción A)

145. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sin\,x}{x} & si \quad x < \quad 0 \\ \\ xe^x + 1 & si \quad x \geq \quad 0 \end{cases}$$

   Se pide:

   (a) (1 punto). Estudiar la continuidad de f .

   (b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular f ' donde sea posible.

   (c) (1 punto). Calcular $\int_1^3 f(x)dx$. (Junio 2015 - Opción B)

146. (3 puntos)

   (a) (2 punto). Determinar los valores a, b, c para que la función

$$f(x) = \begin{cases} -1 & si \quad x = \quad 0 \\ ax+b & si \quad 0 < x \leq \quad 1 \\ ax^2+bx+c & si \quad 1 < x \leq \quad 2 \end{cases}$$

   sea continua en el intervalo $[0, 2]$ y derivable en $(0, 2)$.

   (b) (1 punto). Aplicar, si es posible, el Teorema del Valor Medio a la función $g(x) = x^2 + x$ en el intervalo $[1, 2]$ y calcular, en tal caso, un punto de dicho intervalo en el que $g'(x)$ tome el valor predicho por el Teorema del Valor Medio. (Junio 2015 (coincidente)- Opción A)

147. (3 puntos) Dada la función $f(x) = x^2e^{-x}$, se pide:

(a) (1 punto). Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.

(b) (1 punto). Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.

(c) (1 punto). Determinar los puntos de inflexión y dibujar la curva $y = f(x)$. (Junio 2015 (coincidente)- Opción B)

148. (2 puntos)

(a) (0,5 puntos). Estudiar el crecimiento de la función$f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3$.

(b) (1,5 puntos). Demostrar que la ecuación $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 = 0$ tiene una úunica solución real y localizar un intervalo de longitud 1 que la contenga. (Septiembre 2015 - Opción A)

149. (2 puntos)

(a) (1 punto). Calcular la integral definida $\int_1^4 (1-x)e^{-x}dx$

(b) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-x)e^{-x}$ y $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)e^{-x}$ (Septiembre 2015 - Opción A)

150. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} a + x\ln x & si \quad x > \quad 0 \\ \\ x^2e^x & si \quad x \leq \quad 0 \end{cases}$$

(donde ln denota logaritmo neperiano y a es un número real) se pide:

(a) (1 punto). Calcular el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo R.

(b) (1 punto). Calcular $f'(x)$ donde sea posible.

(c) (1 punto). Calcular

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx$$

(Septiembre 2015 - Opción B)

151. (2 puntos) Dada $f(x)$, función derivable, con derivada continua, tal que $f(0) = 0$ y $f'(0) = 1$, se define la función $g(x) = (f(x))^2 - e^{f(x)}$ y se pide:

(a) (1 punto). Hallar $g(0)$, $g'(0)$ y $(fg)'(0)$.

(b) (0,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.

(c) (0,5 puntos). Obtener el valor de $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción A)

152. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$ pide:

(a) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$. y $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

(b) (1 punto). Justificar que f está definida en todo x del intervalo [0, 1] y calcular $\int_0^1 (x-2)f(x)dx$

(Septiembre 2015 (coincidente)- Opción A)

153. (3 puntos) Sea $f(x)$ una función con derivada de orden dos continua para todo número real y cuya gráfica contiene al origen. La función derivada $f'(x)$ (representada en el gráfico adjunto) es positiva para todo $x > 2$ y negativa para todo $x < -3$. Se pide:

(a) (1 punto). Determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

(b) (1 punto). Determinar las abscisas de los extremos relativos de $f(x)$ y clasificar dichos extremos.

(c) (1 punto). Demostrar que $f(x)$ tiene un punto de inflexión en el intervalo $(-3, 2)$. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción B)

Curso 2015-2016

154. (3 puntos) Dada la función$f(x) = 2x^2 - \frac{x^3}{3}$, se pide:

   (a) (0,75 puntos). Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

   (b) (0,5 puntos). Determinar las coordenadas de sus extremos relativos.

   (c) (0,75 puntos). El valor máximo que puede tener la pendiente de una recta tangente a la gráfica de $f(x)$.

   (d) (1 punto). El volumen del cuerpo de revolución que se obtiene al girar la gráfica de la función en torno al eje OX, entre los puntos de corte de la misma con dicho eje. (Modelo 2016 - Opción A)

155. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & si \quad x < \ 1 \\ xe^{1-x} & si \quad x \geq \ 1 \end{cases}$$

se pide:

   (a) (1,5 puntos). Estudiar su continuidad y derivabilidad y calcular la función derivada f' donde sea posible.

   (b) (0,5 puntos). Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

   (c) (1 punto). Calcular $\int_{1}^{2} f(x)dx$ (Modelo 2016 - Opción B)

156. (3 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ln(1-x)}{1-x} & si \quad x < \ 0 \\ xe^{-x} & si \quad x \geq \ 0 \end{cases}$$

se pide:

   (a) (1 punto). Estudiar la continuidad de f y calcular $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   (b) (0,5 puntos). Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$, en $x = 2$.

   (c) (1,5 punto). Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx$. (Junio 2016 - Opción A)

157. (2 puntos)

   (a) (1 punto). Determine el polinomio $f(x)$, sabiendo que $f'''(x) = 12$, para todo $x \in R$ y además verifica: $f(1) = 3$; $f'(1) = 1$; $f''(1) = 4$.

   (b) (1 punto). Determine el polinomio $g(x)$, sabiendo que $g''(x) = 6$, para todo $x \in R$ y que además verifica:

$$\int_0^1 g(x)dx = 5; \qquad \int_0^2 g(x)dx = 14$$

   (Junio 2016 - Opción B)

158. (2 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad en $x = 0$ y en $x = 1$ de

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x \leq \ 0 \\ |x\,ln\,x| & si \quad x > \ 0 \end{cases}$$

, donde ln denota el logaritmo neperiano. (Junio 2016 - Opción B)

159. (2 puntos) Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta? Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG? (Junio 2016 (coincidente) - Opción A)

160. (3 puntos) Se consideran las funciones $f(x) = 2 + x - x^2$ y $g(x) = \frac{2}{x+1}$, definida para $x \neq -1$. Se pide:

   (a) (1,5 punto). Hallar el área del recinto del primer cuadrante limitado por las curvas$y = f(x)$ e $y = g(x)$.

   (b) (0,5 punto). Calcular $\lim_{x\to -1} f(x)g(x)$. (Junio 2016 (coincidente) - Opción A)

161. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9}{2x-4} + 2x - 1 & si \quad x \neq \ 2 \\ \\ 0 & si \quad x = \ 2 \end{cases}$$

se pide:

   (a) (1 punto). Hallar las asíntotas de la curva $y = f(x)$.

   (b) (1 punto). Determinar los posibles extremos relativos y puntos de inflexión de $y = f(x)$.

   (c) (1 punto). Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx$. (Junio 2016 (coincidente) - Opción B)

162. (3 puntos) Dada la función $f(x) = (6 - x)e^{x/3}$, se pide:

   (a) (1 punto). Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.

   (b) (1 punto). Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decreci- miento y extremos relativos.

   (c) (1 punto). Determinar el área del triángulo que forman los ejes coor- denados con la tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $x = 0$. (Septiembre 2016 - Opción A)

163. (3 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5-x} & si \quad x \leq \ 0 \\ \\ \frac{1}{5+x} & si \quad x > \ 0 \end{cases}$$

se pide:

   (a) (1 punto). Estudiar la continuidad de f y determinar sus asíntotas.

   (b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de f y calcular $f'(x)$ donde sea posible.

   (c) (1 punto). Calcular $\int_{-1}^{1} f(x)dx$. (Septiembre 2016 - Opción B)

Curso 2016-2017

164. (2 puntos) Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600 euros. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es 2 euros, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta? Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿cuánto dinero podrán donar a la ONG? (Modelo 2017 - Opción A)

165. (2 puntos) Calcular el área comprendida entre las curva $y = (x - 1)e^x$ y la recta $y = x - 1$. (Modelo 2017 - Opción A)

166. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = xe^{-x}$ y se pide:
    (a) (0,5 puntos) Determinar el dominio y las asíntotas de f .
    (b) (1,5 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y hallar sus extremos relativos.
    (c) (1 punto) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas y las rectas x = 1 y x = 3. (Modelo 2017 - Opción B)

167. (2 puntos) Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = te^{-t/2}$miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de c(t) e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo. Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1 mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente. (Junio 2017 - Opción A)

168. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2+x+6}{x-2}$, se pide:
    (a) (0,5 puntos). Determinar su dominio y asíntotas verticales.
    (b) (0,5 puntos). Calcular lím $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$
    (c) (1 punto). Calcular $\int_3^5 f(x)dx$. (Junio 2017 - Opción A)

169. (3 puntos) Dadas las funciones $f(x) = \frac{2}{x}$ y $g(x) = sin\, x$, se pide:
    (a) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{x\to 0}(f(x) - \frac{2}{g(x)})$
    (b) (0,75 puntos). Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(\frac{1}{2}, 4)$.
    (c) (1,25 puntos). Calcular el área delimitada por la curva $y = f(x)$ y la recta $y = -x + 3$. (Junio 2017 - Opción B)

170. (3 puntos) Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{x+2}$,y $g(x) = \frac{1}{x-4}$ definidas para x $\in (-2, 4)$, se pide:
    (a) (0,5 puntos) Hallar el valor o valores de x para los que $f'(x) = g'(x)$.
    (b) (1 punto) Hallar el punto x del intervalo $(-2, 4)$ en el que la diferencia $f(x)-g(x)$ es mínima y determinar el valor de esta diferencia mínima.
    (c) (0,5 puntos) Hallar $\lim\limits_{x\to -2^+}(f(x) - g(x))$ y $\lim\limits_{x\to 4^-}(f(x) - g(x))$
    (d) (1 punto) Hallar F(x), primitiva de la función $f(x) - g(x)$, que cumple la condición $F(2) = 2 + ln\, 2$. (Junio 2017 (coincidente) - Opción A)

171. (2 puntos)

(a) (1 punto) Calcule los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 0} \frac{4sin^2x - 5sin\,x\,cos\,x)}{3sin^2x\,cos\,x + 2sin\,x}; \quad \lim_{x\to\infty} \sqrt{x} - \sqrt{2x+7}$$

;

(b) (1 punto) Calcule las siguientes integrales:

$$\int (3u+1)cos(2u)du; \qquad \int_2^5 \frac{7}{4x+1}dx$$

(Junio 2017 (coincidente) - Opción B)

172. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & si \quad x < \; 0 \\ \frac{ln(x+1)}{x+1} & si \quad x \geq \; 0 \end{cases}$ donde ln significa logaritmo neperiano, se pide:

(a) (1 punto) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en x = 0.

(b) (1 punto) Calcular $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

(c) (1 punto) Calcular $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ (Septiembre 2017 - Opción A)

173. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2+1}$ y se pide:

(a) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

(b) (1 punto) Estudiar la existencia de asíntotas horizontales y verticales de la función f y, en su caso, determinarlas.

(c) (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y sus extremos relativos en el caso de que existan. (Septiembre 2017 - Opción B)

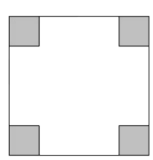
174. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \frac{sin(2x)}{x} & si \quad x < \; 0 \\ xe^x + 2 & si \quad x \geq \; 0 \end{cases}$ se pide:

(a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f en todo R.

(b) (1 punto) Obtener la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = -\pi$

(c) (1 punto) Calcular la integral $\int_1^2 f(x)dx$ (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción A)

175. (2 puntos) Se dispone de una plancha de cartón cuadrada cuyo lado mide 1,2 metros. Determínense las dimensiones de la caja (sin tap de volumen máximo que se puede construir, recortando un cuadrado igual a cada esquina de la plancha y doblando adecuadamente para unir las aristas resultantes de los cortes. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción B)



176. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+1}$. calcúlese el área comprendida entre la curva $y = f(x)$ y la recta $y = 1 - x$. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción B)

Curso 2017-2018

177. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 2cos(x) + |x-1|$, se pide:

   (a) (0,5 puntos) Determinar el valor de $f'(0)$.

   (b) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$.

   (c) (1 punto) Hallar el área del recinto plano limitado por la la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = \pi$ y $x = 2\pi$. (Modelo 2018 - Opción A)

178. (2,5 puntos) El dibujo adjunto muestra la gráfica de la función

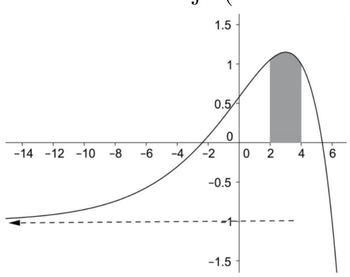
$$f(x) = (6-x)e^{\frac{x-4}{3}} - 1$$

se pide:

   (a) (1 punto) Calcular el área de la region sombreada.

   (b) (1 punto) Determinar la abscisa del punto de la gráfica donde la recta tangente tiene pendiente máxima.

   (c) (0,5 puntos) Efectuando los cálculos necesarios, obtener la ecuación de la asíntota que se muestra en el dibujo (flecha discontinua inferior). (Modelo 2018 - Opción B)



179. (2,5 puntos)

   (a) (1,5 puntos) En un experimento en un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los resultados siguientes: $m_1 = 0,92; m_2 = 0,94; m_3 = 0,89; m_4 = 0,90; m_5 = 0,91$. Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x) = (x-m_1)^2 + (x-m_2)^2 + \cdots + (x-m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcule dicho valor x.

   (b) (1 punto) Aplique el método de integración por partes para calcular la integral $\int_1^2 x^2 ln(x)dx$, donde ln significa logaritmo neperiano. (Junio 2018 - Opción A)

180. (2,5 puntos) Dada la función

$$f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+9}}$$

se pide:

   (a) (0,5 puntos) Determinar, si existen, las asíntotas horizontales de $f(x)$.

   (b) (0,75 puntos) Calcular $f'(4)$.

   (c) (1,25 puntos) Hallar el área del recinto limitado por la la curva $y = f(x)$, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 1$. (Junio 2018 - Opción B)

181. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 3x^2e^{-x}$, se pide:

(a) (1 punto) Hallar los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

(b) (0,75 puntos) Calcular$\int_0^1 \frac{f(x)}{x} dx$.

(c) (0,75 puntos) Calcular los límites: $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. (Junio 2018 (coincidente)- Opción A)

182. (2,5 puntos) Una firma de alta perfumería pretende sacar al mercado un frasco de un perfume exclusivo que contenga 12 ml de esencia pura más una cantidad variable, x, de alcohol. El precio de la esencia pura es de 48 euros el mililitro. Al añadir alcohol a la esencia, el precio de la mezcla resultante disminuye. Sabiendo que por cada mililitro de alcohol añadido el precio del mililitro de mezcla se reduce 3 euros, se pide:

(a) (0,25 puntos) Determinar el precio del frasco de perfume en el caso $x = 0$ (el frasco sólo contiene los $12ml$ de esencia.

(b) (0,5 puntos) Expresar en función de x el precio del frasco que contiene $(12+x)ml$ de mezcla.

(c) (0,5 puntos) Deducir con qué valor de x el precio de la mezcla se hace cero.

(d) (1,25 puntos) Sin tener en cuenta otros costes, determinar el valor de x para el que se obtiene el frasco de perfume (mezcla de precio máximo. Indicar en este caso la capacidad del frasco y el precio resultante. (Junio 2018 (coincidente)- Opción B)

183. (2,5 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & si \quad x \le \ 2 \\ \frac{x^3-4x}{x-2} & si \quad x > \ 2 \end{cases}$$

se pide:

(a) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de f en $x = 2$.

(b) (1 punto) Calcular las asíntotas horizontales de $f(x)$. ¿Hay alguna asíntota vertical?

(c) (0,75 puntos) Calcular $\int_0^2 f(x)dx$. (Julio 2018 (extraordinari- Opción A)

184. (2,5 puntos) El dibujo adjunto muestra la gráfica de una función $y = f(x)$. Usando la información de la figura, se pide:

(a) (0,5 puntos) Indicar los valores de $f(-1)$ y $f'(1)$.

(b) (1 punto) Justificar, usando límites laterales, si f es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

(c) (0,5 puntos) Indicar razonadamente si f es derivable en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

(d) (0,5 puntos) Determinar el valor de $\int_{-2}^{0} f(x)\, dx$ (Julio 2018 (extraordinari- Opción B)

Curso 2018-2019

185. (2,5 puntos) La contaminación por dióxido de nitrógeno, NO_2 , en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función

$$c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30} \qquad mg/m^{\mathbf{3}}$$

donde t $\in$ [0, 30] representa el tiempo, expresado en días, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

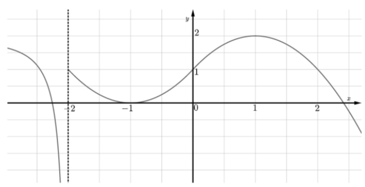
   (a) (0,5 puntos) ¿Qué nivel de NO_2 , había a las 12 horas del día 10 de abril?

   (b) (1,25 puntos) ¿En qué momento se alcanzó el máximo nivel de NO_2 ?, ¿cuál fue ese nivel máximo?

   (c) (0,75 puntos) Calcule, mediante $\frac{1}{30}\int_0^{30} c(t)dt$,el nivel promedio del mes. (Modelo 2019 - Opción A)

186. (2,5 puntos)

   (a) (1 punto) A partir de la siguiente gráfica de la función f , determine los valores de: $f'(-1)$, $\lim_{x\to -2^+} f(x)$; $\lim_{x\to -2^-} f(x)$; $\lim_{x\to 0} f(x)$



   (b) (1,5 puntos) Calcule $\int_3^{\pi} g(x)dx$, donde $g(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 & si \quad -3 \leq x \leq \quad 0 \\ 1+sin\,x & si \quad 0 < x \leq \quad 4 \end{cases}$ (Modelo 2019 - Opción B)

187. (2,5 puntos) Dada $f(x) = \frac{ln\,(x)}{x}$, donde ln denota el x logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide:

   (a) (0,5 puntos) Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$.

   (b) (1 punto) Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.

   (c) (1 punto) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas y = 0 y $x = e$. (Junio 2019 - Opción A)

188. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$, se pide:

   (a) (0,5 puntos) Determinar su dominio.

   (b) (1,5 puntos) Determinar sus intervalos de crecimiento y de decreci- miento.

   (c) (0,5 puntos) Calcular los límites laterales. $\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)}{x}$ y $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x}$(Junio 2019 - Opción B)

189. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) & si \quad x \leq \quad 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & si \quad x > \quad 1 \end{cases}$ se pide:

   (a) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$.

(b) (0,75 puntos) Determinar, si existe, $f'(1)$.

(c) (1 punto) Calcular el valor de

$$\int_0^1 xf(x)\,dx$$

(Junio 2019 (coincidente)- Opción A)

190. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1}{2(x-1)}$, se pide:

(a) (1,25 puntos) Determinar las asíntotas de la curva $y = f(x)$ y estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

(b) (1,25 puntos) Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y la recta $2x + 4y = 7$. (Junio 2019 (coincidente)- Opción B)

Curso 2019-2020

191. (2,5 ptos)Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ y g(x) = 6x, se pide:

   (a) (0.5 puntos) Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algun punto en el intervalo $[1, 10]$ en el que ambas funciones toman el mismo valor.

   (b) (1 punto) Calcular la ecuacion de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con pendiente mínima.

   (c) (1 punto) Calcular $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$.

   (Junio 2020 - Opción A)

192. (2.5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 \ si \ x \leq 1 \\ \\ (x-1)^3 \ si \ x > 1 \end{cases}$

   (a) (0.5 puntos) Estudie su continuidad en $[-4, 4]$.

   (b) (1 punto) Analice su derivabilidad y crecimiento en $[-4, 4]$.

   (c) (1 punto) Determine si la funcion $g(x) = f'(x)$ esta definida, es continua y es derivable en $x = 1$.

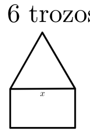
   (Junio 2020 - Opción B)

193. (2.5 puntos). Dada la funcion $f(x) = \frac{1}{2} - sen\ x + xcos\ x$, se pide:

   (a) (1.25 puntos) Estudiar su crecimiento en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$. Justificar, usando el teorema adecuado, que la funcion se anula en algún punto de ese intervalo. Justificar razonadamente que ese punto es único.

   (b) (1.25 puntos) Calcular $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

   (Junio 2020 (coincidente)- Opción A)

194. (2.5 puntos) Disponemos de 10 *metros* de una barra metalica. Con ella queremos construir una estructura formada por un rectangulo que está rematado por arriba por un triángulo equilátero. La base del triángulo coincide con el lado superior del rectangulo, como se observa en la figura. Para construir la estructura, se cortan 6 trozos de la barra original de longitudes adecuadas y se sueldan para obtener la forma pedida. 

   (a) Se pide:

   (b) (0,5 puntos) Si denotamos por x la base del triangulo, calcular su altura en función de x.

   (c) (2 puntos) Determinar como debemos cortar la barra original para que la estructura resultante encierre un area total máxima.

   (Junio 2020 (coincidente)- Opción B)

Curso 2020-2021

195. (2,5 ptos)Calcule el area de la región delimitada por las graficas de las funciones :

$$f(x) = 2 + x - x^2, \;\; g(x) = 2x^2 - 4x.$$

(Junio 2021 - Opción A)

196. (2.5 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} senx \; si \; x < 0 \\ xe^x \; si \; x \geq 0 \end{cases}$

    (a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.

    (b) (1 punto) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f restringida a $(-\pi, 2)$. Demuestre que existe un punto $x_0 \in [0, 1]$ de manera que $f(x_0) = 2$.

    (c) (0.75 puntos) Calcule $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{1} f(x)dx$.(Junio 2021 - Opción B)

197. (2.5 puntos) Sea la funcion$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 \; si \; x \leq 1 \\ \\ \frac{ln \, x}{x-1} \; si \; x > 1 \end{cases}$

    (a) (0.5 puntos) Estudia la continuidad de f.

    (b) (1 punto) Halla las asíntotas de f.

    (c) (1 punto) Determina el valor de $x_0 < 1$ que verifica que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(x_0, f(x_0))$ tiene pendiente $\frac{-1}{2}$. Escribe la ecuación de dicha recta tangente.(Junio 2021 Modelo)- Opción A)

198. (2.5 puntos) Dada la función $f(x) = x^6 - 4x^4$, se pide:

    (a) (0.5 puntos) Estudiar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

    (b) (1 punto) Encontrar sus maximos y mínimos locales, y determinar si son o no globales.

    (c) (1 punto) Hallar el area de la región acotada limitada por el eje $y = 0$ y la gráfica de f.(Junio 2021 Modelo)- Opción B)

199. (2.5 puntos)

    (a) (1.25 puntos) Calcule, en caso de existir, el valor de los siguientes límites:

        i. (0.5 puntos) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2(1-2x)}{x-2x^2-senx}$ ii) (0.75 puntos) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x}\left(\frac{3}{x} - \frac{2}{sen\frac{1}{x}}\right)$(Indicación : use el cambio de variable $t = 1/x$ donde sea necesario).

    (b) (1.25 puntos) Calcule las siguientes integrales:

        i. (0.5 puntos) $\int \frac{x}{x^2-1}dx$ ii) (0.75 puntos) $\int_0^1 x^2 e^{-x}dx$(Extraordinaria 2021 Modelo)- Opción A)

200. (2.5 puntos). Sea la funcion $f(x) = x^3 - |x| + 2$.

    (a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en x = 0.

    (b) (1 punto) Determine los extremos relativos de $f(x)$ en la recta real.

    (c) (0.75 puntos) Calcule el area de la región delimitada por la gráfica de f, el eje de abscisas $y = 0$, y las rectas $x = -1$ y $x = 1$.(Extraordinaria 2021 Modelo)- Opción B)

Curso 2021-2022

201. 2.5 puntos. Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{senx}{x} \; si \; x < 0 \\ \\ xe^{4-x^2} \; si \; x \geq 0 \end{cases}$

   (a) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en $x = 0$.
   (b) (1 punto) Determine los extremos relativos de $f(x)$ en $(0, \infty)$.
   (c) (0.75 puntos) Calcule $\int_0^2 f(x)dx$.

   (Junio 2022 - Opción A Modelo)

202. (2.5 puntos). Sea $f(x) = x + x^2$. Se pide:

   (a) (1 punto) Hallar el area de la región acotada que está limitada por la gráfica de f y la recta $y = 2x$.
   (b) (1.5 puntos) Una partíicula en movimiento parte del origen y sigue la trayectoria determinada por la gráfica de f. En el punto $(1, f(1))$ la partícula sale despedida en la dirección de la recta tangente. Determinar en que punto choca con la recta vertical $x = 2$.(Junio 2022 - Opción B Modelo)

203. (2,5 ptos)Sea la funcion $f(x) = \begin{cases} x^3e^{-\frac{1}{x^2}} \; si \; x \neq 0 \\ 0 \; si \; x = 0 \end{cases}$.

   (a) (1 punto) Estudie la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en $x = 0$.
   (b) (0.5 puntos) Estudie si $f(x)$ presenta algun tipo de simetría par o impar.
   (c) (1 punto) Calcule la siguiente integral: $\int_1^2 \frac{f(x)}{X^6}dx$.(Junio 2022 - Opción A)

204. (2,5 ptos)Sea la funcion $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

   (a) (0.5 puntos) Compruebe si $f(x)$ verifica las hipotesis del Teorema de Bolzano en el intervalo $[-1, 1]$.
   (b) (1 punto) Calcule y clasifique los extremos relativos de $f(x)$ en R.
   (c) (1 punto) Determine el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[-1, 1]$.(Junio 2022 - Opción B)

205. 2.5 puntos. Sea la funcion $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$.

   (a) (1 punto) Determine el dominio y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la funcion $f(x)$.
   (b) (1.5 puntos) Dada la funcion $g(x) = \frac{5-x}{2}$, halle el area de la región acotada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.(Junio 2022 (coincidente)- Opción A)

206. (2.5 puntos) Sea $f(x)$ una funcion continua y derivable en todo R tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f\prime(1) = 1$ y $f\prime(2) = 2$. Se consideran, ademas, las funciones $g(x) = (f(x))^2$y $h(x) = (f \circ f)(x)$. Se pide:

   (a) (0.5 puntos) Calcular $g(2)$ y $g\prime(2)$.
   (b) (1 punto) Calcular la ecuacion de la recta tangente a la gráfica de $h(x)$ en el punto $x = 1$.
   (c) (1 punto) Probar, utilizando el Teorema del Valor Medio, que existe un punto en el intervalo $(1, 2)$ en el que el valor de la derivada de $f(x)$ es -1.(Junio 2022 (coincidente)- Opción B)

207. Se considera la función $f(x) = xe^{-x}$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razona- miento utilizado:

   (a) (3 puntos) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decreci- miento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$.

   (b) (2 puntos) La representación gráfica de la curva $y = f(x)$.

   (c) (1 punto) El valor del parámetro a para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo [-0,1] a la función $g(x) = f(x) + ax$.

   (d) (4 puntos) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)dx$ e $\int xe^{-x}dx$ (Junio 2019 (Valencia-Opción A)

208. (2,5 puntos) Las coordenadas iniciales de los móviles A y B son (0, 0) y (250, 0), respectivamente, siendo 1 km la distancia del origen de coordenadas a cada uno de los puntos $(1, 0)$ y $(0, 1)$. El móvil A se desplaza sobre el eje OY desde su posición inicial hasta el punto $(0, \frac{375}{2})$ con velocidad de $30km/h$ y, simultáneamente, el móvil B se desplaza sobre el eje OX desde su posición inicial hasta el origen de coordenadas con velocidad de 40 km/h. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razona- miento utilizado:

   (a) (2 puntos) La distancia f (t) entre los móviles A y B durante el des- plazamiento, en función del tiempo t en horas desde que comenzaron a desplazarse.

   (b) (4 puntos) El tiempo T que tardan los móviles en desplazarse desde su posición inicial a su posición final, y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f a lo largo del trayecto.

   (c) (4 puntos) Los valores de t para los que la distancia de los móviles es máxima y mínima durante su desplazamiento y dichas distancias máxima y mínima. (Junio 2019 (Valencia-Opción B)

209. (2,5 puntos)

   (a) (1,25 puntos) Sean f y g dos funciones derivables de las que se conocen los siguientes datos: $f(1) = 1, f'(1) = 2, g(1) = 3, g'(1) = 4$ Dada $h(x) = f((x + 1)^2)$, use la regla de la cadena para calcular $h'(0)$. Dada $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, calcule $k'(1)$.

   (b) (1,25 puntos) Calcule la integral$\int (sinx)^4(cosx)^3dx$. (Se puede usar el cambio de variables $t = sin\,x$.)

210. (2,5 puntos) Un brote de una enfermedad se propaga a lo largo de unos días. El número de enfermos t días después de iniciarse el brote viene dado por una función $F(t)$ tal que $F'(t) = t^2(10 - t)$

   (a) (1 punto) Sabiendo que inicialmente había 6 personas afectadas, cal- cule la función $F(t)$.

   (b) (1 punto) Calcule cuántos días después de iniciarse el brote se alcanza el número máximo de enfermos y cuál es ese número.

   (c) (0,5 puntos) Calcule, usando el teorema de Bolzano, cuántos días dura el brote. (Julio 2019 (extraordinario- Opción B)