# MATEMATICAS CCSS (MASII)

## 2º Bachillerato

## EJERCICIOS DE ANÁLISIS

## SELECTIVIDAD Y PAU
**2000-2019**

descarga.png

Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

1. ( 3 puntos)

   a) Calcúlense p y q de modo que la curva $y = x^2 + px + q$ contenga al punto $(-2, 1)$ y presente un mínimo en $x = -3$.

   b) Hállese el área del recinto acotado delimitado por la curva$y = x^2 + 4x + 5$ y la recta y=5. (Modelo 2000 - Opción A)

2. (3 puntos) El número de individuos, en millones, de una población, viene dado por la función: $P(t) = \frac{15+t^2}{(t+1)^2}$ donde t se mide en años transcurridos desde $t = 0$. Calcúlese: La población inicial. El año en que se alcanzará la mínima población. ¿Cuál será el tamaño de ésta? ¿Cuál será el tamaño de la población a largo plazo? (Modelo 2000 - Opción B)

3. (3 puntos) Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1} & si \quad x \le \quad 2 \\ \frac{3x^2-2x}{x+2} & si \quad x > \quad 2 \end{cases}$$

   a) Estúdiese si $f(x)$ es continua en $x = 2$.

   b) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a f(x) en el punto x=3.

   c) Calcúlense sus asíntotas oblicuas. (Junio 2000 - Opción A)

4. (3 puntos) Sea la función dependiente de los parámetros a y b.
$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & si \quad x \le \quad 0 \\ x - 1 & si \quad 0 < x \le \quad 2 \\ bx - 5 & si \quad x > \quad 2 \end{cases}$$

   a) Halla los valores de a y b para que la función sea continua en el conjunto R de los números reales.

   b) Representa gráficamente para los valores a = 0 y b = 3.

   c) Para los valores a = 0 y b = 3, halla el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de la función, el eje de abcisas y las rectas x=1 y x=3. (Junio 2000 - Opción B)

5. (3 puntos) Dada la función definida en los números reales salvo en x=0 $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x}$ Calcular

   a) Las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

   b) El área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f(x) y el semieje OX. (Septiembre 2000 - Opción A)

6. (3 puntos) Dada la función $s(t) = \frac{340+330t-10t^2}{t+2}$ definida en los reales, salvo en t = −2

   a) El valor positivo de t en el que se hace cero la función

   b) El valor positivo de t en el que s(t) se hace máximo.

   c) Las asíntotas de $s(t)$. (Septiembre 2000 - Opción B)

7. 1 (3 puntos) El número total de bacterias (en miles) presen- tes en un cultivo después de t horas viene dado por $N(t) = 2t(t - 10)^2 + 50$.

   a) Calcúlense la función derivada $N'(t)$.

   b) Durante las 10 primeras horas, ¿en qué instantes se alcanzan la pobla- ción máxima y mínima?

   c) Esbócese la gráfica de N (t) en el intervalo [0, 10]. (Modelo 2001 - Opción A)

8. (3 puntos) La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx + c$ satisface las siguientes propiedades: Pasa por (0, 0) Tiene mínimo local en (1, $-1$)

   *a*) Obténgase el valor de los coeficientes a, b y c.

   *b*) Hállese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de $g(x) = x^3 - 4x$, el eje de abcisas y las rectas x=3 y x=4. (Modelo 2001 - Opción B)

9. (3 puntos) Una empresa fabrica cajas de latón sin tapa de volumen 500 cm 3 , para almacenar un líquido colorante. Las cajas tienen base cuadrada. Hallénse la altura y el lado de la base de cada caja para que la cantidad de latón empleada en fabricarlas sea la mínima posible. (Junio 2001 - Opción A)

10. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

    *a*) Determínense sus máximos y mínimos relativos.

    *b*) Calcúlense sus puntos de inflexión.

    *c*) Esbócese su gráfica. (Junio 2001 - Opción B

11. (3 puntos) Sean las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = -x^2 + c$.

    *a*) Determínese a, b y c, sabiendo que las gráficas de ambas funciones se cortan en los puntos ($-2$, $-3$) y (1, 0).

    *b*) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g(x) en el punto ($-2$, $-3$).

    *c*) Calcúlese el área de la región limitada por las gráficas de f(x) y g(x). (Septiembre 2001 - Opción A)

12. (3 puntos) Sea la función $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3$ Calcúlese

    *a*) Los intervalos donde es creciente y decreciente.

    *b*) Las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

    *c*) El valor de x para el que es máxima la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x). (Septiembre 2001 - Opción B)

13. 1 (3 puntos)

    *a*) Dibujar el recinto limitado por las gráficas de las siguientes curvas: $f(x) = x^2+2$; $g(x) = x+2$ siendo $0 \leq x \leq 2$

    *b*) Calcular el área de dicho reciento anterior. (Modelo 2002 - Opción B)

14. (3 puntos)

    *a*) Hallar las coordenadas del mínimo de la curva $y = x^2 - 4x - 5$.

    *b*) Calcular el área del triángulo limitado por el eje OX y las tangentes a la curva dada en los puntos de intersección de dicha curva con el eje OX. (Junio 2002 - Opción A )

15. (3 puntos) Se considera la curva de ecuación $y = x^3 - 4x$

    *a*) Hallar las coordenadas de sus puntos de intersección con los ejes coor- denados y de sus máximos y mínimos relativos, si existen.

    *b*) Representar gráficamente la curva.

    *c*) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la curva y el eje OX. (Junio 2002 - Opción B )

16. (3 puntos) Para cada valor de a se considera la función$f(x) = \frac{3x^2-ax}{x+2}$

*a*) Calcular el valor de a para que f(x) tenga un mínimo relativo en x=2.

*b*) Hallar las asíntotas de la curva y=f(x) para a = 3 (Septiembre 2002 - Opción A)

17. (3 puntos) Calcular el valor de a > 0 en los siguientes casos:

    *a*) $\int_0^3 \frac{1}{x+1} dx = a$

    *b*) $\int_0^a \frac{1}{x+1} dx = 3$

    *c*) $\int_0^3 \frac{1}{x+a} dx = 5$

    (Septiembre 2002 - Opción B)

18. (3 puntos) Sean las funciones$f(x) = x^2 - 9$ y $g(x) = x^2 - x - 6$. Calcular:

    *a*) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{f(x)}{g(x)}$

    *b*) Los extremos relativos de g(x), si existen.

    *c*) El área del recinto limitado por la gráfica de la función f(x), el eje OX y las rectas x=3, x=6. (Junio 2003 - Opción A)

19. (3 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

    *a*) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

    *b*) Calcular sus asíntotas.

    *c*) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en x=0. (Junio 2003 - Opción B )

20. (3 puntos) Se considera la función $f(x) = xe^x$ .

    *a*) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abcisa x=1.

    *b*) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de $f(x)$ para x $\geq$ 0, el eje OX y la recta x=2. (Septiembre 2003 - Opción A)

21. (3 puntos) Sea la función$f(x) = \frac{-x^2+1}{2x^2+2x-12}$ Se pide:

    *a*) Especificar su dominio de definición.

    *b*) Estudiar su continuidad.

    *c*) Calcular sus asíntotas si las hubiera. (Septiembre 2003 - Opción B)

22. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x + \frac{1}{x}$ $x \neq 0$

    *a*) Hallar las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

    *b*) Determinar los intervalos de concavidad y convexidad.

    *c*) Esbozar la gráfica de f(x). (Modelo 2004 - Opción A)

23. (3 puntos) Para cada valor de a se considera la función $f(x) = 2x + ax^2 - 4$lnx .

    *a*) Calcular el valor del parámetro real a sabiendo que la función tiene un extremo relativo en el punto de abcisa x=1. Clasificar el extremo.

    *b*) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento para a = 3.

    *c*) Hallar las asíntotas. Observación: La notación ln representa logarítmo neperiano. (Modelo 2004 - Opción B)

24. (3 puntos) Calcular la integral definida $\int_{-1}^{1}(|x| + x + 1dx$ Nota.- La notación |x| representa el valor absoluto de x. (Junio 2004 - Opción A)

25. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-1}}$

    *a*) Determinar su dominio de definición.

    *b*) Obtener sus asíntotas. (Junio 2004 - Opción B)

26. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^3}{a} - ax^2 + 5x + 10$, $a \neq 0$

    *a*) Obtener los valores de a para los cuales la función f(x) tiene un máxi- mo en x=1.

    *b*) Calcular los extremos relativos de f(x) para a = 3 y representar la función. (Septiembre 2004 - Opción A)

27. (3 puntos) Sean las funciones $f(x) = x^2 - 2x - 8;g(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 4$

    *a*) Calcular $\lim\limits_{x\to 4} \frac{f(x)}{g(x)}$

    *b*) Calcular el recinto acotado limitado por las curvas f(x) y g(x). (Septiembre 2004 - Opción B) 3.6. Año 2005

28. (3 puntos) Sea la función: $f(x) = x^3 - 3x$

    *a*) Calcular sus extremos y sus puntos de inflexión.

    *b*) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f(x), el eje OX y las rectas verticales x=−1, x=12 . (Modelo 2005 - Opción A)

29. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por

    $$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & si \quad x \leq \quad 1 \\ Lnx & si \quad x > \quad 1 \end{cases}$$

    *a*) Estudiar la continuidad de f(x) en x=1.

    *b*) Esbozar su gráfica.

    *c*) Hallar la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en x=1. (Modelo 2005 - Opción B)

30. (3 puntos) La función: $B(x) = -x^2 + 9x - 16x$ representa, en miles de euros, el beneficio neto de un proceso de venta, siendo x el número de artículos vendidos. Calcular el número de artículos que deben venderse para obtener el beneficio máximo y determinar dicho beneficio máximo. (Junio 2005 - Opción A)

31. (3 puntos)

    *a*) Hallar la ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x) = e^{2-x}$ en el punto donde ésta corta al eje de ordenadas.

    *b*) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x$, el eje OX y las rectas x=−1, x=4. (Junio 2005 - Opción B) x 3 . x 2 + 1

32. (3 puntos) Se considera la curva de ecuación $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ Se pide:

    *a*) Hallar la ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto de abcisa x=1.

    *b*) Hallar las asíntotas de la curva. (Septiembre 2005 - Opción A)

33. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2}{x^2 \text{ -9}}$

*a*) Hallar sus asíntotas.

*b*) Calcular sus máximos y sus mínimos relativos, si existen. (Septiembre 2005 - Opción B)

34. 3.7. Año 2006 1 (3 puntos) Calcular el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$y el eje OX. (Modelo 2006 - Opción A)

35. (3 puntos) Calcular el valor de a > 0 para que el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las curvas$y = x^3$ , $y = ax$, sea igual a 4. (Modelo 2006 - Opción B)

36. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: f(x) = x 3 − 9x Se pide: 63Calcular sus máximos y mínimos relativos, si existen. Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX. (Junio 2006 - Opción A)

37. (3 puntos) Se considera la curva de ecuación cartesiana: $y = x^2 + 8x$ Se pide:

    *a*) Calcular las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta y=2x

    *b*) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva dada y de la recta de ecuación cartesiana y=x +8 (Junio 2006 - Opción B)

38. (Puntuación máxima: 3 puntos) Dada la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{x^2-16}{x^2-4}$ Se pide:

    *a*) Encontrar las asíntotas de la función.

    *b*) Especificar el signo de la función en las distintas regiones en las que está definida. (Septiembre 2006 - Opción A)

39. (Puntuación máxima: 3 puntos) Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = 9 - x^2$, $g(x) = 3 + x$ y obtener su área. (Septiembre 2006 - Opción B )

40. (3 puntos) Dada la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x+3}$

    *a*) Determinar las asíntotas de la función.

    *b*) Calcular sus máximos y sus mínimos y determinar sus intervalos de crecimiento. (Junio 2007 - Opción A)

41. (3 puntos) Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{5}{4}x^2$, $g(x) = \frac{1}{2}(5x + 20)$, $h(x) = (-5x + 20)^2$ y obtener su área. (Junio 2007 - Opción B)

42. (3 puntos) Dada la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-3x+2}$

    *a*) Especificar el dominio de definición.

    *b*) Estudiar su continuidad.

    *c*) Calcular sus asíntotas si las hubiera. (Septiembre 2007 - Opción A)

43. (3 puntos) La gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ satisface las siguientes propiedades: Pasa por el punto (0, 0). Tiene un máximo local en el punto (1, 2). Se pide:

    *a*) Obtener el valor de los coeficientes a, b y c.

    *b*) Hallar el área de la región acotada del plano limitada por la gráfica de la función $g(x) = -x^3 + 3x$, el eje OX y la recta x=1. (Septiembre 2007 - Opción B)

44. (3 puntos) Dada la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{3x^2}{x2-4}$.

*a*) Calcular sus asíntotas y esbozar su gráfica.

*b*) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en x=0. (Modelo 2008 - Opción A)

45. (3 puntos) Dada la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, se pide determinar:

    *a*) Los puntos en los que la gráfica de f corta a los ejes de coordenadas.

    *b*) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

    *c*) El área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función y el eje OX. (Modelo 2008 - Opción B)

46. (3 puntos) Cálculese el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las funciones reales de variable real $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 1 - x^2$ (Junio 2008 - Opción A)

47. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{x^2+x+2}{x}$, $x \neq 0$

    *a*) Determínense las asíntotas de f .

    *b*) Calcúlense sus máximos y mínimos relativos y determínense sus inter- valos de crecimiento.

    *c*) Calcúlese la integral definida $\int_1^2 f(x)dx$ (Junio 2008 - Opción B)

48. (3 puntos) Se desea fabricar un acuario con base cuadrada y sin tapa, de capacidad 500 dm 3 . La base y las paredes del acuario han de estar realizadas en cristal. ¿Cuáles deben ser sus medidas para minimizar la superficie total del cristal empleado? (Septiembre 2008 - Opción A)

49. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: x 2 + 2 $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$ , $x \neq 2$

    *a*) Determínense las asíntotas de f .

    *b*) Calcúlense sus máximos y mínimos relativos y determínense sus inter- valos de crecimiento.

    *c*) Calcúlese la integral definida $\int_3^5 (x^2 - 4)f(x)dx$ (Septiembre 2008 - Opción B)

50. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$; a, b $\in$ R

    *a*) ¿Qué valores deben tomar a y b para que f tenga un máximo relativo en el punto P (1, 4)?

    *b*) Para a = −2, b = −8, determínense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas y determínense los puntos de inflexión de dicha gráfica.

    *c*) Para a = −2, b = −8, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX. (Modelo 2009 - Opción A)

51. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

    $$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x \leq \quad 2 \\ x + a & si \quad 2 \leq x \leq \quad 5 \\ -x^2 + 5x + b & si \quad x > 5 \end{cases} \text{(a, b} \in \text{R)}$$

    *a*) Calcúlense los valores de a y b para que la f se continua en x=2 y en x=5.

    *b*) Para a = 1 y b = 6, calcúlense las derivadas $f'(1)$ y $f'(7)$.

    *c*) Para a = 1 y b = 6, calcúlese la integral definida $\int_3^6 f(x)dx$ (Modelo 2009 - Opción B)

52. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = (x^2 - 1)^2$

    *a*) Determínense los extremos relativos de f .

    *b*) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa x=3.

c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de f y el eje OX. (Junio 2009 - Opción A)

53. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x-a}$

a) Determínense las asíntotas de f , especificando los valores del paráme- tro real a para los cuales f tiene una asíntota vertical, dos asíntotas verticales, o bien no tiene asíntotas verticales.

b) Para a $= -1$, calcúlense los valores reales de b para los cuales se verifica $\int_0^b f(x)dx = 0$ que 0 (Junio 2009 - Opción B)

54. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+24 & si \quad x \leq \quad -3 \\ x^2+9 & si \quad -3 \leq x \leq \quad 2 \\ -x+15 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

a) Represéntese gráficamente la función f .

b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa x=1.

c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX. (Septiembre 2009 - Opción A)

55. (3 puntos) El beneficio semanal ( en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche desnatada está determinado por la función: $B(x) = -x^2 + 7x - 10$ en la que x representa los hectolitros de leche desnatada producidos en una semana.

a) Represéntese gráficamente la función B(x) con x $\geq$ 0.

b) Calcúlense los hectolitros de leche desnatada que debe producir cada semana la central lechera para maximizar su beneficio. Calcúlese dicho beneficio máximo.

c) Calcúlense las cantidades mínima y máxima de hectolitros de leche desnatada que debe producir la central lechera cada semana para no incurrir en pédidas (es decir, beneficio negativo). (Septiembre 2009 - Opción B)

56. (3 puntos) Se considera la curva de ecuación cartesiana: $y = x^2$

a) Calcúlense las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva propuesta es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

b) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva propuesta, la recta tangente a dicha curva en el punto P (1, 1) y el eje OX. (Modelo 2010 - Opción A)

57. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = ax^3+bx^2+c \; a, b, c \in R$

a) ¿Qué valores deben tomar a, b y c para que la gráfica de f pase por el punto (0, 0) y además tenga un máximo relativo en el punto (1, 2)?

b) Para a = 1, b = $-2$ y c = 0, determínense los puntos de corte de f con los ejes de coordenadas.

c) Para a = 1, b = $-2$ y c = 0, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función f y el eje OX. (Modelo 2010 - Opción B)

58. (3 puntos) Se considera la función real de variable real x 2 definida por: $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

a) Determínense su asíntotas.

b) Calcúlense sus máximos y mínimos locales. Esbócese la gráfica de f .

c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por las rectas verticales x=2, x=3, la gráfica de f y la recta de ecuación $y = x + 1$. (Junio 2010 - Opción A)

59. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + a & si \quad x \leq \quad 1 \\ \frac{3}{bx} & si \quad x > \quad 1 \end{cases} \text{ (a, b} \in \text{R)}$$

a) Calcúlense los valores de a, b, para que f sea continua y derivable en todos los puntos.

b) Para a = 6, b = 3/4, determínense los puntos de corte de la gráfica f con los ejes de coordenadas.

c) Para a = 6, b = 3/4, calcúlese el área del recinto plano acotado li- mitado por la gráfica de la función f , el eje OX y la recta vertical x=2. (Junio 2010 - Opción B)

60. (3 puntos) El coste de un marco para una ventana rec- tangular es de 50 euros por cada metro de lado vertical y de 25 euros por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a 2 m 2 . Calcúlense las dimensiones (largo y alto) para que el marco sea lo más barato posible. Calcúlese el precio mínimo del marco de dicha ventana. (Septiembre 2010 - Opción A)

61. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - a & si \quad x \leq \qquad 2 \\ -3x^2 + b & si \quad -1 < x < 1 \\ logx + a & si \quad x \geq 1 \end{cases} \quad \text{(a, b} \in \text{R)}$$

a) Calcúlese a, b, para que f sea continua en todos los puntos.

b) Para a = 0, b = 3, represéntese gráficamente la función f .

c) Para a = 0, b = 3, calcúlese la integral definida $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

Nota.- La notación log representa logaritmo neperiano. (Septiembre 2010 - Opción B)

62. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 6$

a) Calcúlense a y b para que la función f tenga un máximo relativo en x=1 y un mínimo relativo en x=2

b) Para a = b = 0, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y la recta de ecuación $y = 8x - 6$. (Modelo 2011 - Opción A)

63. (3 puntos) Una empresa produce cable de fibra óptica, que vende a un precio de x euros por metro. Se estima que la venta diaria de cable (en miles de metros) se expresa en términos del precio mediante la función: $D(x) = \frac{6}{x^2+1}$

a) Obténgase la función I(x) que determina los ingresos diarios de la empresa en función del precio x.

b) Calcúlese el precio x que ha de fijarse para que el ingreso diario sea máximo y calcúlese dicho ingreso máximo.

c) Determínense las asíntotas de I(x) y esbócese la gráfica de la función I(x). (Modelo 2011 - Opción B )

64. (3 puntos) Se considera la función real de variable real 3x definida por: $f(x) = \frac{3x}{x^2-2}$

a) Especifíquese su dominio de definición y los puntos de corte de la gráfica con los ejes coordenados. Determínense las asíntotas de f .

b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa x=1.

c) Calcúlese la integral definida $\int_{2}^{3} f(x)dx$ (Junio 2011 - Opción A)

65. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & si \quad x \leq \quad -1 \\ \frac{x^2-b}{4} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

*a*) Calcúlese a, b para que f sea continua y derivable en x=−1

*b*) Para a = 1, b = 3, represéntese gráficamente la función f .

*c*) Calcúlese el valor b para que $\int_0^3 f(x)dx = 6$ (Junio 2011 - Opción B)

66. ( 3 puntos). Se considera la función real de variable real definida por:$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$

*a*) Determínense las asíntotas de f . Calcúlense los extremos relativos de f .

*b*) Represéntese gráficamente la función f .

*c*) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f , la recta horizontal y=1, la recta vertical x=1. (Septiembre 2011 - Opción A)

67. ( 3 puntos). Se considera un rectángulo R de lados x, y.

*a*) Si el perímetro de R es igual a 12 m, calcúlense x, y para que el área de R sea máxima y calcúlese el valor de dicha área máxima.

*b*) Si el área de R es igual a $36m^2$ , calcúlense x, y para que el perímetro de R sea mínimo y calcúlese el valor de dicho perímetro mínimo. (Septiembre 2011 - Opción B)

68. ( 3 puntos). Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = 2(x-1)^2(x+3)$

*a*) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcúlen- se sus extremos relativos.

*b*) Calcúlense los puntos de corte de la gráfica de f con el eje OX. Esbóce- se la gráfica de f .

*c*) Calcúlese el valor del área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX. (Septiembre 2011 (Reserva)- Opción A)

69. ( 3 puntos). Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & si \quad x \leq \quad 1/2 \\ bx+c & si \quad x > 1/2 \end{cases}$$

*a*) Calcúlense los valores de a, b, c para que f satisfaga todas las condiciones siguientes:

1) a> 0

2) La función f es continua y derivable en x=1/2.

3) El valor del área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas verticales $x = -2, x = 0$, es igual a 32/3. (Septiembre 2011 (Reserva)- Opción B)

70. (3 puntos) Una empresa de productos de limpieza fa- brica cajas de cartón con tapa, para comercializar un determinado tipo de detergente. Las cajas son prismas rectos de$9000cm^3$de volumen y base rec- tangular de largo igual al doble de su anchura. Calcúlense las dimensiones en centímetros (largo, anchura, alturque ha de tener cada caja para que la superficie de cartón empleada en su fabricación sea mínima. (Modelo 2012 - Opción A)

71. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2 & si \quad x \leq 0 \\ ax^2+bx+c & si \quad 0 \leq x \leq 3 \\ 3-x & si \quad x > 3 \end{cases}$$

*a*) Calcúlense a, b y c, para que la función f sea continua en todos los puntos y derivable en x=0.

*b*) Para a = 0, calcúlense b, c, para que la función f sea continua en todos los puntos y calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX. R 3

*c*) Para a = b = 1, c = 2, calcúlese la integral definida $\int_{-1}^{3} f(x)dx$ (Modelo 2012 - Opción B)

72. (3 puntos) Una empresa vinícola tiene plantadas 1200 cepas de vid en una finca, produciendo cada cepa una media de 16 kg de uva. Existe un estudio previo que garantiza que por cada cepa que se añade a la finca, las cepas producen de media 0,01 kg menos de uva cada una. Determínese el número de cepas que se deben añadir a las existentes para que la producción de uvas de la finca sea máxima. (Junio 2012 - Opción A)

73. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & si \quad x \leq \quad 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

*a*) Estúdiese la continuidad y la derivabilidad de la función f .

*b*) Represéntese gráficamente la función f .

*c*) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f , el eje OX, el eje OY , y la recta x=2. (Junio 2012 - Opción B)

74. (3 puntos) ) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{4-2x}{x^2}$

*a*) Determínense los máximos y mínimos locales y los intervalos de creci- miento y decrecimiento de la función f .

*b*) Hállense los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad y con- vexidad de f .

*c*) Determínense las asíntotas y los puntos de corte con los ejes. Esbócese la gráfica de f . (Junio 2012(coincidente) - Opción A)

75. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = ax^2 - \frac{b}{x}$

*a*) Hállense los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de f en x=1 tenga como ecuación y=3x − 2.

*b*) Hállense los valores de a y b para que la función f tenga en (1,0) un punto de inflexión.

*c*) Hállense los valores de a y b de manera que f no tenga asíntotas y $\int_0^1 f(x)dx = 1$ (Junio 2012(coincidente) - Opción B)

76. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{x(2x-1)}{x-1}$.

*a*) Determínense las asíntotas de f . Calcúlense los extremos relativos de f .

*b*) Represéntese gráficamente la función f .

*c*) Calcúlese $\int_2^5 \frac{f(x)}{x^2}dx$ (Septiembre 2012 - Opción A)

77. (3 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

*a*) $f(x) = \begin{cases} ax + b & si \quad x \leq \quad 1 \\ x^3 - x^2 + 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$

*b*) Calcúlense los valores de a y b para los que la función f es continua y derivable.

*c*) Para a = 0 y b = 1, hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en los puntos en los que dicha tangente es paralela a la recta y − 8x=1.

*d*) Sea g la función real de variable real definida por $g(x) = 1 - 2x^2$ . Para a = 1 y b = 0, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f y la gráfica de g. (Septiembre 2012 - Opción B)

78. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x) = \frac{3x^2-5}{x+1}$

    *a*) Hállense sus asíntotas horizontales, verticales y oblícuas.

    *b*) Hállense los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coorde- nadas y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Modelo 2013 - Opción A)

79. (2 puntos) Dada la función real de variable real

    *a*) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x + 5 & si \quad x \leq \quad 1 \\ x^2 & si \quad x > 1 \end{cases}$

    *b*) Estúdiese la continuidad de la función en R.

    *c*) Calcúlese $\int_0^2 f(x)dx$ (Modelo 2013 - Opción A)

80. (2 puntos) El coste de fabricación de una serie de hornos microondas viene dado por la función $C(x) = x^2 + 40x + 30000$; donde x representa el número de hornos fabricados. Supongamos que cada horno se vende por 490 euros.

    *a*) Determínese la función de beneficios.

    *b*) ¿Cuántos microondas deben fabricarse y venderse para que los bene- ficios sean máximos? ¿Cuál es el importe de esos beneficios máximos? (Modelo 2013 - Opción B)

81. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 3e^{-2x}$

    *a*) Obténgase la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto x =0

    *b*) Calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f , las rectas x=0, x=0, 5 y el eje de abcisas. (Junio 2013 - Opción A)

82. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

    $f(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x < \quad 0 \\ \frac{a+3x}{x^2-4x+3} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

    *a*) Estúdiese la continuidad de f en x=0 para los distintos valores del parámetro a.

    *b*) Determínense las asíntotas de la función. (Junio 2013 - Opción B)

83. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x(5-x)^2$ Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f . Determínense los intervalos de concavidad y convexidad de f . (Junio 2013 - Opción B)

84. (2 puntos) Calcúlese la derivada de cada una de las fun- ciones siguientes (ln x denota al logaritmo neperiano de x):

    *a*) $f(x) = (x^3 + 2x) \cdot lnx$

    *b*) b)$g(x) = \frac{2x}{x-1}e^{x^2}$ (Junio 2013 (coincidente)- Opción A)

85. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$

    *a*) Represéntense gráficamente f .

    *b*) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas. (Junio 2013 (coincidente)- Opción A)

86. (2 puntos) Supongamos que el consumo eléctrico de un país (expresado en gigavatios) entre las 0 y las 8 horas viene dado por la función $c(x) = 10x - x^2 + 16$, con $0 \leq x \leq 8$.

   *a*) Determínese cuáles son el consumo máximo y el mínimo en ese inter- valo de tiempo, y los instantes en los que se alcanzan.

   *b*) Calcúlese $\int_0^2 \frac{c(x)}{8} dx$ (que representa el consumo medio a lo largo de esas 8 horas)(Junio 2013 (coincidente)- Opción B)

87. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2-9}$

   *a*) Hállense las asíntotas de f .

   *b*) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x=1 (Septiembre 2013 - Opción A)

88. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

   $$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3 & si \quad x \leq \quad 1 \\ Ln(2x-1) & si \quad x > 1 \end{cases}$$

   *a*) Calcúlese a para que la función f sea continua en todo R:

   *b*) Represéntese gráficamente la función para el caso a = 3. Nota: lnx denota al logaritmo neperiano del número x. (Septiembre 2013 - Opción B)

89. (2 puntos) Se considera la función real de variable real x definida por $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

   *a*) Determínense los extremos relativos de f .

   *b*) Calcúlese la integral definida $\int_0^1 f(x)dx$. (Septiembre 2013 - Opción B)

90. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$

   *a*) Hállense sus asíntotas horizontales, verticales y oblicuas si es que exis- ten.

   *b*) Determínense los puntos de corte con los ejes de coordenadas y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción A)

91. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

   *a*) $f(x) = \begin{cases} 4x^3 - 30 & si \quad x < \quad 2 \\ 3x^2 + 2x + b & si \quad x \geq 2 \end{cases}$

   *b*) Determínese el valor de b para que la función sea continua en R.

   *c*) Para b = 0, calcúlese $\int_0^3 f(x)dx$ (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción A)

92. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$

   *a*) Determínense los puntos de corte con los ejes de coordenadas así como sus límites cuando x tiende a infinito y a menos infinito.

   *b*) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y sus mínimos locales. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción B)

93. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

   $$f(x) = \begin{cases} \frac{-4}{x+2} - 1 & si \quad x \leq \quad 0 \\ \frac{1}{x+1} & si \quad x > 0 \end{cases}$$

   *a*) Determínense las asíntotas de la función y los puntos de corte con los ejes.

b) Calcúlese $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ (Modelo 2014 - Opción A)

94. (2 puntos) La figura representa la gráfica de una función f : $[-2; 5] \longrightarrow$ R. Contéstese razonadamente a las preguntas planteadas. ¿Para qué valores de x es f 0 (x) $>$ 0? ¿En qué puntos del intervalo $[-6, 5]$ f alcanza sus extremos relativos? R 4 ¿Cuál es el signo de 2 f(x)dx? d) ¿En qué valores de $(-6; 5)$ f no es derivable? 79(Modelo 2014 - Opción B)

95. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x+a & si \quad x < \quad 1 \\ x^2-2 & si \quad 1 \leq x \leq \quad 3 \\ x+b & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) Determínense a y b para que f sea continua en todo R.

b) Calcúlese$\int_{1}^{3} f(x)dx$ (Junio 2014 - Opción A)

96. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 2x$.

a) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x=1.

b) Calcúlese $\int_{2}^{3} f(x)dx$ (Junio 2014 - Opción B)

97. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

a) Determínense sus asíntotas.

b) Determínense el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimien- to de f . (Junio 2014 - Opción B)

98. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

a) Hállense sus asíntotas horizontales y oblicuas, si es que existen.

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Junio 2014 (coincidente)- Opción A)

99. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & si \quad x > \quad 0 \\ \frac{mx-6}{x-3} & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

a) Determínese para qué valores del parámetro m la función f es continua en x=0.

b) Calcúlese la recta tangente a la gráfica de f en x=5. (Junio 2014 (coincidente)- Opción B)

100. (2 puntos) Para la función real de variable real$f(x) = \frac{(5x+7)^{10}}{2}$

a) Calcúlese su función derivada. R

b) Calcúlese $\int f(x)dx$. (Junio 2014 (coincidente)- Opción B)

101. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x(x-2)}$

a) Determínense las asíntotas de f .

b) Estudíese si la función f es creciente o decreciente en un entorno de x=4. (Septiembre 2014 - Opción A)

102. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 2e^{x+1}$ .

a) Esbócese la gráfica de la función f .

b) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas x=0 y x=1. (Septiembre 2014 - Opción A)

103. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \frac{\lambda x}{4+x^2}$

a) Calcúlese el valor del parámetro $\lambda$ para que la recta tangente a la gráfica de f en x=−1 sea paralela a la recta y=2x − 3

b) Calcúlese $\int_0^2 f(x)dx$ para $\lambda = 1$. (Septiembre 2014 - Opción B)

104. (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-2x-1}{x-1} & si \quad x < \quad 1 \\ (x-1)^3 + a & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) Determínese el valor de la constante a para que sea una función con- tinua en todo su dominio.

b) Para a = 0, calcúlese el valor de la integral $\int_1^5 f(x)dx$. (Septiembre 2014 (coincidente)- Opción A)

105. (2 puntos) Se considera la función real de variable real x +1 definida por $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ,contéstese razonadamente a las preguntas:

a) Calcúlense su dominio de definición, los puntos de corte con los ejes, y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Hállense las asíntotas, si las tuviere, y esbócese la gráfica de la función f . (Septiembre 2014 (coincidente)- Opción B)

106. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = x^3 - ax + 1$

a) Determínese el valor de a para que la función tenga un máximo local en x=−2 y un mínimo local en x=2.

b) Para el caso en el que a = 48, hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en x=5. (Septiembre 2014 (coincidente)- Opción B)

107. (2 puntos)

a) Dibújese, de manera esquemática, la región acotada del plano limitada por las gráficas de las curvas $y = \sqrt{6}x$; $y = \frac{x^2}{6}$

b) Calcúlese el área de la región descrita en el apartado anterior. (Modelo 2015 - Opción A)

108. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por: a$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2$

a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Hállense sus extremos relativos y sus puntos de inflexión. (Modelo 2015 - Opción B)

109. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por$f(x) = \frac{3x^2}{x^2-2x-3}$

a) Determínense sus asíntotas.

b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1,5$. (Modelo 2015 - Opción B)

110. (2 puntos) Sabiendo que la derivada de una función real de variable real f es $f'(x) = 3x^2 + 2x$

a) Calcúlese la expresión de f(x) sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1, 4).

b) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto (1, 4). (Junio 2015 - Opción A)

111. (2 puntos) Sean las funciones reales de variable real $f(x) = x^2 - 6x$, $g(x) = x - 10$

a) Represéntense gráficamente las funciones f y g.

b) Calcúlese el área del recinto plano acotado por las gráficas de las fun- ciones f y g. (Junio 2015 - Opción A)

112. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} & si \quad x < \quad 2 \\ 3x + m & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

a) Calcúlese el valor del parámetro real m para que la función f sea continua en x=2.

b) Calcúlese $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (Junio 2015 - Opción B)

113. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:$f(x) = \frac{x^2+a}{x-1}$

a) Calcúlese el valor del parámetro real a, sabiendo que la función alcanza un extremo relativo en x=−1. Compruébese que se trata de un máximo.

b) Para a = 1, calcúlese $\int_{-1}^{0}(x-1)f(x)dx$. (Junio 2015 (coincidente)- Opción A)

114. (2 puntos) Se sabe que la derivada de cierta función real de variable real f es $f'(x) = x^2(x^2 - 2x - 15)$

a) Determínense los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) Determínense los extremos relativos de f , indicando si se trata de máximos o mínimos relativos. (Junio 2015 (coincidente)- Opción A)

115. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & si \quad x \leq 0 \\ x^2 + a & si \quad 0 < x < 2 \\ bx + 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

a) Determínense los valores que deben tomar los parámetros reales a y b para que f sea continua en toda la recta real.

b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa x=−1. (Junio 2015 (coincidente)- Opción B)

116. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 4x^3 - ax^2 - ax + 2$, a ∈ R.

a) Determínese el valor del parámetro real a para que la función alcance un extremo relativo en x=1/2. Compruébese que se trata de un mínimo.

b) Para a = 2, calcúlese el valor de $\int_{-1}^{1} f(x)dx$(Septiembre 2015 - Opción A)

117. (2 puntos) Se considera la función real de variable real$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$

a) Calcúlense los máximos y mínimos locales de f y represéntese gráfica- mente la función.

b) Determínese el área del recinto cerrado comprendido entre la gráfica de la función f y las rectas x=1, x=2 e y=4. (Septiembre 2015 - Opción B)

118. (2 puntos) Considérese la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x < 0 \\ \frac{x^3}{(x-2)^2} + 1 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad de esta función.

b) Determínense las asíntotas de esta función. (Septiembre 2015 - Opción B)

119. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = e^{x^2}$

a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Determínense sus intervalos de concavidad ($\bigcup$) y convexidad ($\bigcap$). (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción A)

120. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 6 & si \quad x \leq 0 \\ ln(x+1) + m & si \quad x > 0 \end{cases}$$

Nota: ln denota el logaritmo neperiano.

a) Determínese para qué valores del parámetro m la función f es continua en x=0.

b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en x=−2. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción B)

121. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x) = (2x+3)^5 + e^{2x}$

a) Calcúlese su función derivada.

b) Calcúlese$\int f(x)dx$. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción B)

122. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$

a) Estudíense y determínense sus asíntotas.

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Modelo 2016 - Opción A)

123. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = x^2 - 4x - 5$

a) Represéntese gráficamente la función f .

b) Calcúlese el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de f y el eje de abscisas. (Modelo 2016 - Opción B)

124. (2 puntos) Dada la función real de variable real $f(x) = x^2 e^{x^2}$

a) Calcúlese su función derivada.

b) Determínense sus intervalos de concavidad ($\bigcap$) y convexidad ($\bigcup$). 86(Modelo 2016 - Opción B)

125. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^3 + 8$ .

a) Determínese el área de la región acotada delimitada por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y por las rectas x=−3 y x=−1.

b) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto de abscisa x=1. (Junio 2016 - Opción A)

126. (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x+b}{x-2} & si \quad x \leq -1 \\ \frac{x^2+6x+5}{x^2+4x+3} & si \quad x > -1 \end{cases}$$

*a*) Determínese para qué valores del parámetro b la función f(x) es con- tinua en x=−1.

*b*) Calcúlense las asíntotas de f(x). (Junio 2016 - Opción B)

127. (2 puntos) Sabiendo que la derivada de una función real de variable real es: $f'(x) = 6x^2 + 4x - 2$

*a*) Determínese la expresión de f(x) sabiendo que f (0) = 5.

*b*) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la fun- ción f así como sus máximos y mínimos locales, si los tuviese. (Junio 2016 - Opción B)

128. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^2 + 4$.

*a*) Escríbase la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en x=2.

*b*) Determínese el área del recinto plano limitado por la gráfica de f(x), la recta y=4x y el eje de ordenadas. (Junio 2016 - Opción A (Coincidentes))

129. (2 puntos) Dada la función real de variable real:

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+2}$$

*a*) Determínense las asíntotas de f(x).

*b*) Determínense los máximos y los mínimos relativos de f(x). (Junio 2016 - Opción A (Coincidentes))

130. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$

*a*) Determínense los valores de los parámetros reales a y b si se sabe que la recta y=x es tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=0.

*b*) Para a = 1 y b = 0, calcúlese el área del recinto plano limitado por la gráfica de f(x) y el eje OX. (Junio 2016 - Opción B (Coincidentes))

131. (2 puntos) Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & si \quad x<1 \\ \frac{ax+b}{x} & si \quad 1 \le x \le 2 \\ \sqrt{x^3+1} & si \quad x>2 \end{cases}$$

*a*) Determínense los valores que deben tomar los parámetros a y b para que f(x) sea continua en x=1 y x=2.

*b*) Calcúlese, para a = 4 y b = −2, el área del recinto acotado por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x=1 y x=2. (Septiembre 2016 - Opción A)

132. (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2x & si \quad x<0 \\ -x^2+3x & si \quad x \ge 0 \end{cases}$$

*a*) Estudíese la continuidad y derivabilidad de la función.

*b*) Determínense los valores de a ∈ R para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=a es m = −2. Calcúlese, para cada valor de a obtenido, la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=a. (Septiembre 2016 - Opción B)

133. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2-9}$

*a*) Calcúlense sus asíntotas.

*b*) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la fun- ción. (Septiembre 2016 - Opción B)

134. (2 puntos)

*a*) Determínese el valor de la derivada de la función $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ punto de abscisa x=0.

*b*) Estúdiense las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$ (Junio 2017 - Opción A)

135. (2 puntos) Considérese la función real de variable real: $f(x) = x^3 - 3x$

*a*) Calcúlense $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{1-x^3})$ y $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$.

*b*) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x). (Junio 2017 - Opción B)

136. (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{2}{x+2} & si & x \leq 0 \\ x+2 & si & x > 0 \end{array} \right.$$

*a*) Estúdiese la continuidad de f(x) en R.

*b*) Calcúlese $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ (Junio 2017 - Opción B)

137. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$.

*a*) Calcúlese el área de la región acotada delimitada por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y por las rectas x=0 y x=3.

*b*) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x). (Junio 2017 (coincidente) - Opción A)

138. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} 5x+1 & si & x \leq 0 \\ x^2+5x+1 & si & x > 0 \end{array} \right.$$

*a*) Determínese si la función f(x) es derivable en x=0.

*b*) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto de abscisa x=3. (Junio 2017 (coincidente) - Opción B)

139. (2 puntos) Sabiendo que la derivada de una función real de variable real es: $f'(x) = x^2 + 8x + 15$

*a*) Determínese la expresión de f(x) sabiendo que f (1) = 1/3.

*b*) Determínense los máximos y los mínimos locales de f(x), si los tuviese. (Junio 2017 (coincidente) - Opción B)

140. (2 puntos) Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} ax+1 & si & x < -1 \\ x^2+x-2 & si & x \geq -1 \end{array} \right.$$

*a*) Calcúlese el valor del parámetro real a para que f(x) sea una función continua en todo su dominio.

*b*) Para a = 2, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Septiembre 2017 - Opción A)

141. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-2}$

*a*) Estúdiense sus asíntotas.

b) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la fun- ción. (Septiembre 2017 - Opción B)

142. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = x^2 + ax$

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función f(x) tenga un extremo relativo en x=2. Determínese si se trata de un máximo o un mínimo local.

b) Para a $= -2$, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x=0 y x=2. (Septiembre 2017 - Opción B)

143. (2 puntos) Dada la función real de variable real definida por f(x) =

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & si \quad x \leq -1 \\ x & si \quad -1 \leq x < 1 \\ -x^2 + 2x & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad de f(x) en R.

b) Determínese el área del recinto acotado por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x=0 y x=2. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción A)

144. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = (3x^2 - 2x)^2$ 1 Z

a) Calcúlese $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=2. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción B)

145. (2 puntos) La función de beneficio (en euros) de una empresa que fabrica cables de electricidad viene dada por la función $b(x) = -x^2 + 120x - 3200$ donde x representa la cantidad de metros de cable elaborados diariamente.

a) ¿Cuántos metros de cable deben fabricarse para que la empresa no tenga ganancias ni pérdidas?

b) ¿Cuántos metros de cable deben fabricarse para que se obtenga el máximo beneficio? (Observación: valores negativos de b(x) implican que la empresa tiene pérdidas, mientras que valores positivos implican ganancias) (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción B)

146. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 16$

a) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=1.

b) Calcúlese el área de la región limitada por la gráfica de f(x), el eje de abscisas y las rectas x=$-2$ y x=3. (Modelo 2018 - Opción A)

147. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{3x^2+3}{x}$

a) Calcúlense el dominio y las asíntotas de f(x).

b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Modelo 2018 - Opción B)

148. (2 puntos) El beneficio diario (en miles de euros) de una empresa productora de cemento viene dado por la función: $f(x) = -2x^2 + 14x - 12$ donde x expresa las toneladas de cemento producidos al día. Se sabe que la producción diaria de cemento está entre 0 y 8 toneladas, es decir, x $\in$ [0, 8]. 92

a) Calcúlense f (0) y f (8) e interprétense los resultados en el contexto del problema. Hállense las toneladas de cemento que deben producirse diariamente para obtener el máximo beneficio posible.

*b*) Determínese entre qué valores debe estar la producción diaria de ce- mento para que la empresa no tenga pérdidas. (Modelo 2018 - Opción B)

149. (2 puntos) Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1}x & si \quad x \leq 2 \\ \frac{3x^2-2x}{x+2} & si \quad x > 2 \end{cases}$$

*a*) Estúdiese si f(x) es continua en x=2.

*b*) Calcúlese la función derivada de f(x) para x < 2. (Junio 2018 - Opción A)

150. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

*a*) Calcúlense el dominio y las asíntotas de f(x).

*b*) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (Junio 2018 - Opción B)

151. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x$

*a*) Calcúlese el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la fun- ción f(x) y el eje OX.

*b*) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=0. (Junio 2018 - Opción B)

152. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{1}{x+1}$

*a*) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=0.

*b*) Hállese el área de la región limitada por el eje de abscisas, las rectas x=0 y x=1 y la gráfica de f 0 (x), siendo f 0 la función derivada de f . (Junio 2018 (coincidente)- Opción A)

153. (2 puntos) Considérese la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & si \quad x < 0 \\ \frac{x^2-1}{x^2+1} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

*a*) Determínese si f(x) es una función continua en todo su dominio.

*b*) Calcúlense sus asíntotas horizontales y oblicuas, si las tuviese. (Junio 2018 (coincidente)- Opción B)

154. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x$

*a*) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

*b*) Calcúlense sus máximos y mínimos locales, si los tuviese. (Junio 2018 (coincidente)- Opción B)

155. (2 puntos) Considérese la función real de variable real: $f(x) = \frac{x}{1-4x^2}$

*a*) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

*b*) Estúdiense las asíntotas de f . (Julio 2018 (extraordinaria)- Opción A)

156. (2 puntos) Los beneficios, en millones de euros, de una determinada inversión vienen dados por la función $f(x) = x^3 - 12x$, donde x representa cierto índice que puede tomar cualquier valor real.

*a*) Determínese, en el caso de que exista, el valor del índice para el que el beneficio es mayor que el de todos los valores de un entorno suyo. ¿Cuál sería el beneficio para ese valor del índice?

b) Supóngase que el valor actual del índice es x=4 y que está previsto que éste experimente un incremento positivo. Justifíquese si el benefi- cio aumentará o disminuirá. (Julio 2018 (extraordinaria)- Opción B)

157. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2e^x & si \quad x < 0 \\ \frac{2}{3+x} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

a) Determínense el dominio de f(x) y estúdiese su continuidad.

b) Calcúlese $\int_{-1}^{0} f(x)dx$ (Julio 2018 (extraordinaria)- Opción B)

158. (2 puntos) Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+x-2}$

a) Calcúlese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x=0.

b) Calcúlense sus asíntotas verticales y horizontales, si las tuviese. (Modelo 2019 - Opción A)

159. (2 puntos) Considérese la función real de variable real:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x + a & si \quad x < -1 \\ e^{2x+2} & si \quad x \geq -1 \end{cases}$

b) Determínese el valor del parámetro a ∈ R para el cual f(x) es una función continua en x=−1.

c) Hállese el área de la región limitada por el eje de abscisas, las rectas x=0 y x=1 y la gráfica de f(x). (Modelo 2019 - Opción B)

160. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$

a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcúlense sus máximos y mínimos locales, si los tuviese. (Modelo 2019 - Opción B)

161. (2 puntos) La derivada de una función real de variable real, f(x), viene dada por la expresión: $f'(x) = 2x^2 - 4x - 6$

a) Obténgase la expresión de la función f(x) sabiendo que pasa por el punto (0, 3).

b) Determínense los extremos relativos de la función f(x) indicando si corresponden a máximos o mínimos relativos y estúdiese la concavidad ($\bigcup$) y convexidad ($\bigcap$) de esta función. (Junio 2019 - Opción A)

162. (2 puntos) Se considera la función real de variable real: $f(x) = \frac{8}{x^2+4}$

a) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x) y obténganse sus asíntotas verticales y horizontales, si las tuviese.

b) Obténgase la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa x=2. (Junio 2019 - Opción B)

163. (2 puntos) La función real de variable real, f(x), se de- fine según la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{cases} e^x + k & si \quad x \leq 0 \\ 1 - x^2 & si \quad 0 < x \geq 3 \\ \frac{1}{x-3} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a) Analícese la continuidad de la función en todo su dominio según los valores de k.

b) Considerando k = 0, obténgase el área del recinto acotado delimitado por la función f(x), el eje de abscisas y las rectas x=−1 y x=1. (Junio 2019 - Opción B)

164. (2 puntos) Se consideran las funciones reales de variable real $f(x) = \frac{x^4}{4} + 5x + 20$ ; $g(x) = \frac{ax}{x^2+1} + \frac{1}{(1+x^2)}$

  a) Hállese el punto en el que la recta tangente a la gráfica de f(x) tiene pendiente $-3$ y determínese la ecuación de esta recta tangente.
  b) Calcúlese el valor de a $\in$ R, a $>$ 0, para que el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de g, las rectas x=0 y x=1 y el eje 0X sea igual a $2u^2$ . (Junio 2019 (coincidente)- Opción A)

165. (2 puntos) Dada la función real de variable real: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4x+3}$

  a) Determínense el dominio y las asíntotas de f(x).
  b) Obténganse los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (Junio 2019 (coincidente)- Opción A)

166. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por x 3 $f(x) = \frac{x^3}{x^2-a}$

  a) Calcúlese el valor del parámetro a $\in$ R para que f(x) tenga tangente horizontal en x=3.
  b) Hállense las asíntotas de f(x) para a = 4. (Junio 2019 (coincidente)- Opción B) 97 98