MATEMATICAS CCSS (MASII)

2º Bachillerato

EJERCICIOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

SELECTIVIDAD Y PAU

2000-2019

Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

Estadística

1. (3 puntos) Un artesano fabrica collares y pulseras. Hacer un collar le lleva dos horas y hacer una pulsera una hora. El material de que dispone no le permite hacer más de 50 piezas. Como mucho, el arte- sano puede dedicar al trabajo 80 horas. Por cada collar gana 5 euros y por cada pulsera 4 euros. El artesano desea determinar el número de collares y pulseras que debe fabricar para optimizar sus beneficios.

   (a) Exprésese la función objetivo y las restricciones del problema.

   (b) Represéntese gráficamente el recinto definido. c) Obténgase el número de collares y pulseras correspondientes al máximo beneficio. (Modelo 2000 - Opción B)

2. (3 puntos) Una empresa especializada en la fabricación de mobiliario para casa de muñecas, produce cierto tipo de mesas y sillas que vende a 20 euros y 30 euros, respectivamente. Desea saber cuántas unidades de cada artículo debe de fabricar diariamente un operario para maximizar los ingresos, teniéndose las siguientes restricciones: El número total de unidades de los dos tipos no podrá exceder de 4 por día y operario. Cada mesa requiere dos horas para su fabricación; cada silla, 3 horas. La jornada laboral máxima es de 10 horas. El material utilizado en cada mesa cuesta 4 euros. El utilizado en cada silla cuesta 2 euros. Cada operario dispone de 12 euros diarios de material.

   (a) Expresa la función objetivo y las restricciones del problema.

   (b) Representa gráficamente la región factible y calcula los vértices de la misma.

   (c) Razona si con estas restricciones un operario puede fabricar diariamente una mesa y una silla, y si esto le conviene a la empresa.

   (d) Resuelve el problema(Junio 2000 - Opción B)

3. (3 puntos).Una empresa que sirve comidas preparadas tie- ne que diseñar un menú utilizando dos ingredientes. El ingrediente A contie- ne 35 g de grasas y 150 Kilocalorías por cada 100 g de ingrediente, mientras que el B contiene 15 g de grasas y 100 Kilocalorías por cada 100 g. El coste es de 1,5 euros por cada 100 g. del ingrediente A y de 1 euros por cada 100 g del ingrediente B. El menú a diseñar debería contener no más de 30 g de grasas y al me- nos 110 Kilocalorías por cada 100 g de alimento. Se pide determinar las proporciones de cada ingrediente a emplear en el menú de manera que su coste sea lo más reducido posible.

   (a) Indíquese la expresión de las restricciones y la función objetivo.

   (b) Represéntese gráficamente la región delimitada por las restricciones.

   (c) Calcúlese el porcentaje óptimo de cada ingrediente a incluir en el menú. (Septiembre 2000 - Opción B) 2.2. Año 2001

4. (3 puntos) En un depósito se almacenan bidones de petróleo y de gasolina. Para poder atender la demanda se han de tener al- macenados un mínimo de 10 bidones de petróleo y 20 de gasolina. Siempre debe haber más bidones de gasolina que de petróleo, siendo la capacidad del depósito de 200 bidones. Por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 bidones. El gasto de almacenaje de un bidón de petróleo es de 20 céntimos y el de uno de gasolina es de 30 céntimos. Se desea saber cuántos bidones de cada clase han de almacenarse para que el gasto de almacenaje sea mínimo.

   (a) Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.

   (b) Represéntese gráficamente la región factible y calcúlense los vértices de la misma.

   (c) Resuélvase el problema (Junio 2001 - Opción B) Año 2002 .

5. (3 puntos) Un fabricante de productos químicos vende fertilizantes, A y B, a razón de 40 y 20 euros el kilogramo, respectivamente. Su producción máxima es de una tonelada de cada fertilizante y su mínimo operativo es de 100 kilogramos de cada fertilizante. Si su producción total es de 1700 kilogramos, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcular dichos ingresos máximos. (Modelo 2002 - Opción A)

6. (3 puntos) Considerar el siguiente problema de programación lineal:

   Minimizar $z = -3x - 2y$

   Sujeto a

$$-2x + y \leq 2$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

   (a) Mediante la resolución gráfica del problema, discutir si existen soluciones factibles y si existe solución óptima.

   (b) Si se añade la restricción: $x+y \geq 10$ discutir si existe solución óptima y en caso afirmativo calcularla.

7. (3 puntos) Un proyecto de asfaltado puede llevarse a cabo por dos grupos diferentes de una misma empresa: G1 y G2. Se trata de asfaltar tres zonas: A, B y C. En una semana, el grupo G1 es capaz de asfaltar 3 unidades en la zona A, 2 en la zona B y 2 en la zona C. El grupo G2 es capaz de asfaltar semanalmente 2 unidades en la zona A, 3 en la zona B y 2 en la zona C. El coste semanal se estima en 33000 euros para G1 y en 35000

euros para G2. Se necesita asfaltar un mínimo de 6 unidades en la zona A, 12 en la zona B y 10 en la zona C. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para finalizar el proyecto con el mínimo coste? (Junio 2002 - Opción B)

8. (3 puntos) Determinar los valores máximo y mínimo de la función $z = 3x + 4y$ sujeta a las restriccones:

$$3x + y \geq 3$$

$$x + y \leq 5$$

$$x \geq -2$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 10$$

(Septiembre 2002 - Opción B)

9. (3 puntos) Un vendedor quiere dar salida a 400 kg de garbanzos, 300 kg de lentejas y 250 kg de judías. Para ello hace dos tipos de paquetes. Los de tipo A contienen 2 kg de garbanzos, 2 kg de lentejas y 1 kg de judías y los de tipo B contienen 3 kg de garbanzos, 1 kg de lentejas y 2 kg de judías. El precio de venta de cada paquete es de 25 euros para los del tipo A y de 35 euros para los del tipo B. ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende éste? (Junio 2003 - Opción B)

10. (3 puntos) Determinar los valores máximos y mínimos de la función $z = 5x + 3y$ sujeta a las restricciones

$$3x + y \geq 4$$

$$x + y \leq 6$$

$$0 \leq x \leq 5$$

$$0 \leq y \leq 5$$

(Septiembre 2003 - Opción B)

11. (3 puntos) Un centro dedicado a la enseñanza personalizada de idiomas tiene dos cursos, uno básico y otro avanzado, para los que dedica distintos recursos. Esta planificación hace que pueda atender entre 20 y 65 estudiantes del curso básico y entre 20 y 40 estudiantes del curso avanzado. El número máximo de estudiantes que en total puede atender es 100. Los beneficios que obtiene por cada estudiante en el curso básico se estiman en 145 euros y en 150 euros por cada estudiante del curso avanzado. Hallar qué número de estudiantes de cada curso proporciona el máximo beneficio. (Modelo 2004 - Opción B)

12. (3 puntos) Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen 500kg de A y 500kg de B. En la mezcla, el peso de B debe ser menor o igual que 1, 5 veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual a 600kg. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo. (Junio 2004 - Opción A)

13. Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste. (Septiembre 2004 - Opción B)

14. (3 puntos) Una compañía naviera dispone de dos barcos A y B para realizar un determinado crucero. El barco A debe hacer tantos viajes o más que el barco B, pero no puede sobrepasar 12 viajes. Entre los dos barcos deben hacer no menos de 6 viajes y no más de 20. La naviera obtiene un beneficio de 18000 euros por cada viaje del barco A y 12000 euros por cada viaje del B. Se desea que las ganancias sean máximas.

    (a) Expresar la función objetivo.

    (b) Describir mediante inecuaciones las restricciones del problema y representar gráficamente el recinto definido.

    (c) Hallar el número de viajes que debe efectuar cada barco para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo. (Modelo 2005 - Opción B)

15. (3 puntos) Un mayorista vende productos congelados que presenta en dos envases de dos tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases

pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 41céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el gasto mínimo de almacenaje?. Obtener dicho mínimo. (Junio 2005 - Opción B)

16. (3 puntos) En una empresa de alimentación se dispone de 24 kg de harina de trigo y 15 kg de harina de maiz, que se utilizan para obtener dos tipos de preparados: A y B. La ración del preparado A contiene 200 gr de harina de trigo y 300 gr de harina de maiz, con 600 cal de valor energético. La ración del preparado B contiene 200 gr de harina de trigo y 100 gr de harina de maiz, con 400 cal de valor energético. ¿Cuántas raciones de cada tipo hay que preparar para obtener el máximo rendimiento energético total? Obtener el rendimiento máximo. (Septiembre 2005 - Opción A)

17. (3 puntos) Un taller dedicado a la confección de prendas de punto fabrica dos tipos de prendas: A y B. Para la confección de la prenda de tipo A se necesitan 30 minutos de trabajo manual y 45 minutos de máquina. Para la de tipo B, 60 minutos de trabajo manual y 20 minutos de máquina. El taller dispone al mes como máximo de 85 horas para el trabajo manual y de 75 horas para el trabajo de máquina y debe de confeccionar al menos 100 prendas. Si los beneficios son de 20 euros por cada prenda de tipo A y de 17 euros por cada prenda de tipo B, ¿cuántas prendas de cada tipo debe de fabricar al mes, para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende éste? (Modelo 2006 - Opción B)

18. (3 puntos) Una papelería quiere liquidar hasta 78 kg de papel reciclado y hasta 138 kg de papel normal. Para ello hace dos tipos de lotes, A y B. Los lotes A están formados por 1 kg de papel reciclado y 3 kg de papel normal, y los lotes B por 2 kg de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote A es de 0,9 euros y el de cada lote B es de 1 euro. ¿Cuántos lotes A y B debe vender para maximizar sus ingresos? ¿A cuánto ascienden estos ingresos máximos?. (Junio 2006 - Opción A)

19. (3 puntos) Una empresa fabrica láminas de aluminio de dos grosores, finas y gruesas, y dispone cada mes de 400 kg de aluminio y 450 horas de trabajo para fabricarlas. Cada m 2 de lámina fina necesita 5 kg de aluminio y 10 horas de trabajo, y deja una ganancia de 45 euros. Cada m 2 de lámina gruesa necesita 4220 kg y 15 horas de trabajo, y deja una ganancia de 80 euros. ¿Cuántos m 2 de cada lámina debe fabricar la empresa al mes para que la ganancia sea máxima, y a cuánto asciende ésta? (Septiembre 2006 - Opción A)

20. (3 puntos) Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titánio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titánio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1

de titánio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio. (Junio 2007 - Opción B)

21. (3 puntos) Una aerolínea quiere optimizar el número de filas de clase preferente y de clase turista en un avión. La longitud útil del avión para instalar las filas de asientos es de 104 m, necesitándose 2 m para instalar una fila de clase preferente y 1,5 m para las de clase turista. La aerolínea precisa instalar al menos 3 filas de clase preferente y que las filas de clase turista sean como mínimo el triple que las de preferente. Los beneficios por fila de clase turista son de 152 euros y de 206 euros para la clase preferente. ¿Cuántas filas de clase preferente y cuántas de clase turista se deben instalar para obtener el beneficio máximo? (Septiembre 2007 - Opción B)

22. (3 puntos)

    (a) Representar la región del plano definida por el siguiente sistema de inecuaciones:
    $-$x+ y $\leq$60
    x+ y ≥ -40
    11x+ 3y $\leq$ 40

    (b) Maximizar la función $f(x, y) = 10x - y$ en la región obtenida.

    (c) Minimizar la función $g(x, y) = x - 10y$.(Modelo 2008 - Opción B)

23. (3 puntos) Un distribuidor de aceite de oliva compra la materia prima a dos almazaras, A y B. Las almazaras A y B venden el aceite a 2000 y 3000 euros por tonelada, respectivamente. Cada almazara le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para atender a su demanda, el distribuidor debe comprar en total un mínimo de 6 toneladas. El distribuidor debe comprar como máximo a la almazara A el doble de aceite que a la almazara B. ¿Qué cantidad de aceite debe comprar el distribuidor a cada almazara para obtener el mínimo coste? Determínese dicho coste mínimo. (Junio 2008 - Opción B)

24. (3 puntos) Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125000 euros, distribuidos entre acciones del tipo A y del tipo B. Las acciones del tipo A garantizan una ganancia del 10 % anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 30000 euros y un máximo de 81000 euros. Las del tipo B garantizan una ganancia del 5 % anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25000 euros. La cantidad invertida en acciones del tipo B no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo A. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determínese dicha ganancia máxima. (Septiembre 2008 - Opción B)

25. (3 puntos) Una refinería utiliza dos tipos de petróleo, A y B, que compra a un precio de 350 euros y 400 euros por tonelada, respec- tivamente. Por cada tonelada de tipo A que refina, obtiene 0,10 toneladas de gasolina y 0,35 toneladas de fuel-oil. Por cada tonelada de tipo B que refina, obtiene 0,05 toneladas de gasolina y 0,55 toneladas de fuel-oil. Para cubrir sus necesidades necesita obtener al menos 10 toneladas de gasolina y al menos 50 toneladas de fuel-oil. Por cuestiones de capacidad, no puede comprar más de 100 toneladas de cada tipo de petróleo.

    (a) ¿Cuántas toneladas de petróleo de cada tipo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades a mínimo coste?

    (b) Determinar dicho coste mínimo. (Junio 2009 - Opción B)

26. (3 puntos) Una carpintería vende paneles de contrachapado de dos tipos A y B. Cada m^2 de panel del tipo A requiere 0,3 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando un beneficio de 4 euros. Cada m^2 de panel del tipo B requiere 0,2 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 3 euros. Sabiendo que en una semana se trabaja un máximo de 240 horas de taller de fabricación y 200 horas en el taller de barnizado, calcular los m^2 de cada tipo de panel que debe vender semanalmente la carpintería para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo. (Septiembre 2009 - Opción A)

27. (3 puntos) Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 kg de titanio y 1 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 kg de titanio y 1 kg de aluminio. El beneficio que obtiene la empresa por cada 100 metros de cable de tipo A fabricados es igual a 1500 euros, y por cada 100 metros de cable de tipo B es igual a 1000 euros. Calcúlese los metros de cable de cada tipo que han de fabricarse para maximizar el beneficio y determínese dicho beneficio máximo. (Modelo 2010 - Opción B)

28. (3 puntos) Un club de fútbol dispone de un máximo de 2 millones de euros para fichajes de futbolistas españoles y extranjeros. Se estima que el importe total de las camisetas vendidas por el club con el nombre de futbolistas españoles es igual al 10% de la cantidad total invertida por el club en fichajes españoles, mientras que el importe total de las camisetas vendidas con el nombre de futbolistas extranjeros es igual al 15% de la cantidad total invertida por el club en fichajes extranjeros. Los estatutos del club limitan a un máximo de 800000 euros la inversión total en jugadores extranjeros y exigen que la cantidad total invertida en fichajes de españoles ha de ser como mínimo de 500000 euros. Además, la cantidad total invertida en fichajes de españoles ha de ser mayor o igual que la invertida en fichajes extranjeros. ¿Qué cantidad debe invertir el club en cada tipo de fichajes para que el importe de las camisetas vendidas sea

máximo? Calcúlese dicho importe máximo. Justifíquese. (Junio 2010 - Opción A)

29. (3 puntos) Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de $480m^2$. Puede comprar la pintura a dos provee- dores, A y B. El proveedor A le ofrece una pintura con un rendimiento de $6m^2$ por kg y un precio de 1 euro por kg. La pintura del proveedor B tiene un precio de 1,2 euros por kg y un rendimiento de $8m^2$ por kg. Ningún proveedor le puede proporcionar más de 75 kg y el presupuesto máximo del pintor es de 120 euros. Calcúlese la cantidad de pintura que el pintor tiene que comprar a cada proveedor para obtener el mínimo coste. Calcúlese dicho coste mínimo. (Septiembre 2010 - Opción B)

30. (3 puntos). Se considera la región S acotada plana definida por las cinco condiciones siguientes:

$$x + 2y \leq 4;$$

$$x - 2y \leq 4;$$

$$2x - 3y \geq -6;$$

$$2x + 3y \geq -6;$$

$$\text{x} \leq 2$$

    (a) Dibújese S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
    (b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x+y$ en la región S y especifíquense los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Septiembre 2011 - Opción A)

31. (3 puntos) Una compañía aérea oferta hasta un máximo de 60 plazas en sus vuelos diarios entre Madrid y Lisboa. Las plazas de clase turista se ofrecen a 40 euros, mientras que las de primera clase tienen un precio de venta de 75 euros. Por normativa internacional, el número de plazas ofertadas de primera clase debe ser inferior o igual al doble de las plazas de clase turista y superior o igual a la mitad de las plazas de dicha clase turista. Además, por motivos de estrategia empresarial, la compañía tiene que ofrecer como mínimo 10 plazas de clase turista. ¿Qué número de plazas de cada clase se deben ofertar diariamente con el objetivo de maximizar los ingresos de la aerolínea? Determínese dicho ingreso máximo. (Junio 2012(coincidente) - Opción B)

32. (3 puntos) Un pintor dispone de dos tipos de pintura para realizar su trabajo. El primer tipo de pintura tiene un rendimiento de $3m^2$ por litro, con un coste de 1 euro por litro. El segundo tipo de pintura tiene un

rendimiento de 4 m 2 por litro, con un coste de 1,2 euros por litro. Con ambos tipos de pintura se puede pintar a un ritmo de 1 litro cada 10 minutos. El pintor dispone de un presupuesto de 480 euros y no puede pintar durante más de 75 horas. Además, debe utilizar al menos 120 litros de cada tipo de pintura. Determínese la cantidad de pintura que debe utilizar de cada tipo si su objetivo es pintar la máxima superficie posible. Indíquese cuál es esa superficie máxima. (Septiembre 2012 - Opción A)

33. (2 puntos)

    (a) Determínense los valores de a y b para que la función objetivo $F(x, y) = 3x+y$ alcance su valor máximo en el punto (6, 3) de la región factible definida por $x \geq 0$; $y \geq 0$; $x + ay \leq 3$; $2x + y \leq b$

    (b) Represéntese la región factible para esos valores y calcúlense las coordenadas de todos sus vértices. (Modelo 2013 - Opción B)

34. (2 puntos) Se desea maximizar la función$f(x, y) = 64,8x + 76,5y$ sujeta a las siguientes restricciones: $6x + 5y \leq 700$, $2x + 3y \leq 300$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

    (a) Represéntese gráficamente la región de soluciones factibles y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Determínese el valor máximo de f sobre la región, indicando el punto donde se alcanza dicho máximo. (Junio 2013 - Opción A)

35. Problema 2.14.3 (2 puntos) Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$2x - y \geq 1$$

$$x + y \geq 5$$

$$7x + y \leq 35$$

    (a) Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Calcúlense los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x, y) = 3x-2y$ sobre la región C, determinando los puntos donde se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2013 (coincidente)- Opción B)

36. (2 puntos) Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$x + 3y \geq 3$$

$$2x - y \leq 4$$

$$2x + y \leq 24$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

(a) Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) b) Determínese el punto de C donde la función $f(x, y) = 3x + y$ alcanza su valor máximo. Calcúlese dicho valor. (Septiembre 2013 - Opción A) Año 2014

37. (2 puntos) Un astillero recibe un encargo para reparar barcos de la flota de un armador, compuesta por pesqueros de 500 toneladas y yates de 100 toneladas. Cada pesquero se tarda en reparar 100 horas y cada yate 50 horas. El astillero dispone de 1600 horas para hacer las reparaciones. Por política de empresa, el astillero no acepta encargos de más de 12 pesqueros ni más de 16 yates. Las reparaciones se pagan a 100 euros la tonelada, independientemente del tipo de barco. ¿Cuántos barcos de cada clase debe reparar el astillero para maximizar el ingreso con este encargo? ¿Cuál es dicho ingreso máximo? (Modelo 2014 - Opción A) Solución:

38. (2 puntos) Se consideran la función $f(x, y) = 5x - 2y$ y la región del plano S definida por el siguiente conjunto de restricciones: $x - 2y \leq 0$, $x + y \leq 6$, $x \geq 0$, $y \leq 3$

    (a) Represéntese la región S.

    (b) Calcúlense las coordenadas de los vértices de la región S y obténganse los valores máximo y mínimo de la función f en S indicando los puntos donde se alcanzan. (Junio 2014 - Opción A)

39. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por:

$$x - 2y \leq 0;$$

$$x - y \leq 1;$$

$$x + y \leq 5;$$

$$x \geq 0;$$

$$y \geq 0$$

    (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2014 (coincidente)- Opción A)

40. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por $y \geq 2x - 4$; $y \leq x - 1$; $2y \geq x$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

(a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = x - 3y$ en S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Septiembre 2014 - Opción B)

41. (2 puntos) Una industria química elabora plásticos de dos calidades diferentes. Para ello tiene 2 máquinas, A y B. Es necesario que fabrique un mínimo de 20 toneladas de plástico superior y 13 de plástico medio. Cada hora que trabaja la máquina A, fabrica 7 toneladas de plástico superior y 2 de plástico medio, mientras que la máquina B produce 2 y 3 toneladas, respectivamente. Además, la máquina A no puede trabajar más de 9 horas, ni más de 10 horas la máquina B. El coste de funcionamiento de las máquinas es de 800 euros/hora para A y de 600 euros/hora para B. Calcúlese cuántas horas debe funcionar cada máquina para que el coste total de funcionamiento sea mínimo y cuál es ese coste mínimo. (Septiembre 2014 (coincidente)- Opción A)

42. (2 puntos) Una empresa láctea se plantea la producción de dos nuevas bebidas A y B. Producir un litro de la bebida A cuesta 2 euros, mientras que producir un litro de bebida B cuesta 0,5 euros. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6 millones de litros de bebida, aunque del tipo B no podrán producirse (por limitaciones técnicas) más de 5 millones y debido al coste de producción no es posible elaborar más de 8 millones de litros en total de ambas bebidas. Además, se desea producir una cantidad de bebida B mayor o igual que la de bebida A. ¿Cuántos litros habrá que producir de cada tipo de bebida para que el coste de producción sea mínimo? Calcúlese dicho coste. Justifiqúense las respuestas. (Modelo 2015 - Opción A)

43. Problema 2.16.2 (2 puntos) Una fábrica de piensos para animales produce diariamente como mucho seis toneladas de pienso del tipo A y como máximo cuatro toneladas de pienso del tipo B. Además, la producción diaria de pienso del tipo B no puede superar el doble de la del tipo A y, por último, el doble de la fabricación de pienso del tipo A sumada con la del tipo B debe ser como poco cuatro toneladas diarias. Teniendo en cuenta que el coste de fabricación de una tonelada de pienso del tipo A es de 1000 euros y el de una tonelada del tipo B de 2000 euros, ¿cuál es la producción diaria para que la fábrica cumpla con sus obligaciones con un coste mínimo? Calcúlese dicho coste diario mínimo. (Junio 2015 - Opción A)

44. (2 puntos) Un banco oferta dos productos financieros, A y B. El banco garantiza para el producto A un beneficio anual del 5 % de la cantidad invertida, y para el producto B un beneficio del 2 % anual de la cantidad invertida. Una persona desea invertir en ambos productos a lo sumo 10.000 euros, con la condición de que la cantidad invertida en el producto A no supere el triple de la cantidad invertida en el producto B y que la inversión en el producto B sea de 6.000 euros como máximo. Determínese

qué cantidad debe invertir en cada producto para obtener, al cabo de un año, un beneficio máximo y obténgase este beneficio máximo. (Junio 2015 (coincidente)- Opción A)

45. (2 puntos) Un distribuidor de aceite acude a una almazara para comprar dos tipos de aceite, A y B. La cantidad máxima que puede comprar es de 12.000 litros en total. El aceite de tipo A cuesta 3 euros/litro y el de tipo B cuesta 2 euros/litro. Necesita adquirir al menos 2.000 litros de cada tipo de aceite. Por otra parte, el coste total por compra de aceite no debe ser superior a 30.000 euros. El beneficio que se conseguirá con la venta del aceite será de un 25 % sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo A y de un 30 % sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo B. ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se deberían adquirir para maximizar el beneficio? Obténgase el valor del beneficio máximo. (Septiembre 2015 - Opción A)

46. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $y + 2x \geq 7; y - 2x \geq -1; y \leq 5;$

    (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -5x - 5y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción A)

47. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $y + x \leq 5$; $y - x \leq 3$; $\frac{1}{2}x - y \leq -2$

    (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2016 - Opción A)

48. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $y + x \leq 5; 2x - y \geq -2; x \geq 0; y \geq 1$

    (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

    (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x - 3y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2016 - Opción B (Coincidentes))

49. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $2x - y > 1; 2x - 3y < 6; x + 2y > 3; x + y < 8; y < 3$

    (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = 2x+y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Septiembre 2016 - Opción A)

50. (2 puntos) Considérese la región del plano S definida por:

$$S = (x,y) \in R2 : x + 6y \geq 6; 5x - 2y \geq -2; x + 3y \leq 20; 2x - y \leq 12$$

(a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Determínense los puntos en los que la función $f(x,y) = 4x - 3y$alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de f (x, y) en dichos puntos. (Junio 2017 - Opción A)

51. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \geq 2;$$

$$2x - y \leq 4;$$

$$2y - x \leq 4;$$

$$x \geq 0;$$

$$y \geq 0$$

(a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y) = -5x + 3y$ en la región S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2017 (coincidente) - Opción A)

52. (2 puntos) Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \leq x \leq 5;$$

$$2 \leq y \leq 6;$$

$$x - y \geq -4;$$

$$3x - y \leq 10.$$

(a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Calcúlese los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténgase los puntos de S donde se alcanzan dichos valores. (Septiembre 2017 - Opción A)

53. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por:

$$2x + y \leq 16;$$

$$x + y \leq 11;$$

$$x + 2y \geq 6;$$

$$x \geq 0;$$

$$y \geq 0.$$

(a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices. ¿Pertenece el punto (4, 4) a S?

(b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 3x + y$ en la región S, indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción A)

54. (2 puntos) Una bodega desea fijar el precio de venta al público de las 250 botellas de vino blanco y de las 500 de vino tinto que tiene en stock. Para no incurrir en pérdidas saben que el precio de venta al público de la botella de vino blanco debe ser como mínimo de 3 euros, de la misma manera el precio de venta al público de la botella de vino tinto debe ser de, como mínimo, 4 euros. Además saben que, para ser competitivos con esos precios de venta al público, el coste de 2 botellas de vino blanco y una de tinto debería ser a lo sumo 15 euros. Por el mismo motivo, el coste total de una botella de vino blanco y una de tinto no debe sobrepasar los 10 euros. Determínense los respectivos precios de venta al público por unidad de las botellas de vino blanco y de las de vino tinto, para que el ingreso total al vender el stock de 250 botellas de vino blanco y 500 de vino tinto sea máximo. (Modelo 2018 - Opción A)

55. (2 puntos) Sea **S** la región del plano definida por:

$$x + y \leq 50,$$

$$2x + y \leq 80,$$

$$x \geq 0,$$

$$y \geq 0.$$

(a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

(b) Obténgase el valor máximo de la función $f(x, y) = 5x + 4y$ en la región **S**, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor máximo. (Junio 2018 - Opción A)

56. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $x + y \leq 6, 4x + y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$.

 (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

 (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 8x+3y$ en S, indicando los puntos de la región en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Junio 2018 (coincidente)- Opción A)

57. (2 puntos) Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \left\{(x, y)\in R^2 : x + 2y\geq 4, x + 2y\leq 12, x\leq 4, -x + 2y\leq 12\right\}.$$

 (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

 (b) Determínense los puntos en los que la función $f(x, y) = 3x-y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de f en dichos puntos. (Julio 2018 (extraordonaria)- Opción A)

58. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por: $-2x+3y \leq 4$; $2x+y \geq 4$; $2x - y \leq 4$.

 (a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

 (b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 0,5x + 13y$ en S, indicando los puntos de la región en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo. (Modelo 2019 - Opción A)

59. (2 puntos) Una voluntaria quiere preparar helado artesano y horchata de auténtica chufa para un rastrillo solidario. La elaboración de cada litro de helado lleva 1 hora de trabajo y la elaboración de un litro de horchata 2 horas. Como la horchata no necesita leche, sabe que puede preparar hasta 15 litros de helado con la leche que tiene. Para que haya suficiente para todos los asistentes, tiene que preparar al menos 10 litros entre helado y horchata, en un máximo de 20 horas.

 (a) Represéntese la región del plano determinada por las restricciones anteriores.

 (b) Si el beneficio por litro es de 25 euros para el helado y 12 euros para la horchata, obténgase la cantidad de cada producto que se deberá preparar para maximizar el beneficio y calcúlese el beneficio máximo que podría obtenerse. (Junio 2019 - Opción A)

60. Problema 2.20.3 (2 puntos) Para el mantenimiento de las piscinas de cierto hotel se quiere utilizar cloro de disolución lenta (CL) y cloro estabilizado (CE). El hotel quiere que la cantidad de cloro que se use en la temporada de verano, sea como mucho 500 kg y la cantidad de cloro de disolución lenta sea mayor que la cantidad de cloro estabilizado al menos en 100 kg. No podrán utilizarse más de 350 kg de cloro de disolución lenta ni menos de 100 kg de cloro estabilizado. Cada kg de cloro de disolución lenta cuesta 30 euros, mientras que cada kg de cloro estabilizado cuesta el doble.

    (a) Represéntese la región del plano determinada por las restricciones anteriores.

    (b) Se desea que el gasto, respetando las características anteriores, sea el mínimo posible. Determínense las cantidades de cloro de cada tipo que deben usarse para minimizar los costes. Obténgase el valor del coste mínimo. (Junio 2019 (coincidente)- Opción A)