Ejercicios Geometría

Bachillerato 1º

2023

1. Representa en el plano los vectores $(3,2),(-4,5),(0,2),(6,0),(0,-4)$.
2. El vector $\overrightarrow{AB}$ tiene de coordenadas $(3,-4)$ y las coordenadas del punto A son (3,-1). ¿Cuáles son las coordenadas del punto B?.
3. Considerar el vector $\overrightarrow{u}(4,-7)$ referido a la base canónica. Encontrar dos vectores que tengan la misma dirección que u y sean unitarios.
4. Calcular el valor de m y n para que los vectores $\overrightarrow{u}(-3,n)$ y $\overrightarrow{v}(m,6)$, y sean unitarios.
5. Calcular el valor de m para que los vectores $u(1,0)$ y $v(m,1)$ y sean ortogonales.
6. Obtener tres vectores cualesquiera perpendiculares a $\overrightarrow{u}(-1,-3)$, siendo al menos uno de ellos unitario. Explicar gráficamente el resultado.
7. Hallar el valor de k para que los vectores (k,1) y () formen un ángulo de 30º.
8. Hallar el valor de m para que $\overrightarrow{u}=(\frac{1}{2},m)$ y $\overrightarrow{v}=(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$ sean ortogonales. Interpretar el resultado gráficamente.
9. Comprueba si el triángulo de vértices A(8, 9), B(2, 1) y C(1, 8) es rectángulo e indica el vértice correspondiente al ángulo recto.
10. Hallar la proyección del vector (3,2) sobre el vector (-4,5)
11. Demostrar vectorialmente que el ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.
12. Dados $u=(3,1)$, $v=(a,\frac{-1}{2})$ y $w=(-3,2)$, se pide:
    a) Hallar a para que v sea unitario. Comprobar gráficamente el resultado.
    b) Hallar a para que $\overrightarrow{u}$ y v sean $//$. Justificar gráficamente la solución obtenida.
    c) Hallar a para que v y w sean $\perp$. Justificar gráficamente la solución obtenida.
    d) Hallar un vector $\perp$ a $\overrightarrow{u}$ y unitario.
    e) Hallar el ángulo que forman $\overrightarrow{u}$ y w
13. Demostrar vectorialmente que las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente.
14. ¿Hay algún vector que coincida con su opuesto?. Razonar la respuesta.
15. ¿Es posible que la suma de dos vectores no nulos sea el vector nulo?. ¿Cómo serán los vectores?.

16. Dos vectores que tienen origen común y módulo 5 forman un ángulo de 45^o.¿Cuál será el módulo del vector suma?.

17. Calcula el perímetro de un triángulo cuyos vértices están situados en los puntos A(1, 2), B(3, 2) y C(−1, 3).

18. Calcula el valor o los valores de m para que A, B y C estén alineados.

    a) A(5, 0), B(2, 4), C(m, 8)
    b) A(–2, 2), B(m, m – 1), C(0, –6)
    c) A(4, –5), B(m, –4), C(2, –m)

19. Hallar la ecuación de la recta r que pasa por el punto A(3,5) y lleva la dirección del vector u(2,-4), en todas las formas posibles.

20. Representa las rectas dadas por las ecuaciones:

    a) $y = 2$
    b) $y = -3$
    c) $y = 0$
    d) $x = 5$
    e) $x = -4$
    f) $2x + 3y - 7 = 0$
    g) $x = 0$
    h) $y = -3x + 2$
    i) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$
    j) $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-5}{-1}$

21. Pasar a forma explícita las siguientes rectas y calcula sus pendientes.

    a) $3x - 2y + 9 = 0$
    b) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$
    c) $-3x - 2y - 1 = 0$
    d) $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-5}{-1}$

22. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,-2) y B(3,4) de todas las formas posibles, calculando su pendiente y el punto de corte con los ejes.

23. Determinar si los puntos A(3,1), B(5,2) y C(1,0) están alineados.

24. Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A(5,-1) y tiene igual pendiente que la que pasa por los puntos B(2,1) y C(4,4).

25. Dados los puntos A(2, 3), B(–4, –1) y C(0, 2):

    a) Calcula las ecuaciones de todas las rectas que pasan por dos de los puntos anteriores.
    b) Calcula la paralela a la que contiene a A y a B y que pasa por C.

c) Calcula la perpendicular a la que contiene a A y a B y que pasa por C

26. Hallar las ecuaciones de las medianas del triángulo de vértices A(1,1), B(2,2) y C(3,1).

27. Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A(1,2) y forma con la parte positiva del eje OX un ángulo de 60º.

28. Hallar el punto de intersección de las rectas: $8x-2y-20=0$ y $3x+2y-13=0$

29. Dadas las rectas de ecuaciones:

    a) $y = 5x - 3$
    b) $y = -x + 2$
    c) $y = 2x - 1$
    d) $y = 3x - 2$
    e) $y = 2x + 13$
    f) $y = -x - 3$

    ¿Cuáles son coincidentes, cuáles paralelas?.

30. Dadas las rectas: r determinada por el punto A(2,1) y el vector u=(a,4) y s determinada por el punto B(-1,4) y el vector v=(5,3). Determinar a para que r y s sean paralelas.¿Para qué valores de a las rectas r y s son secantes?. ¿Pueden ser coincidentes?.

31. Dibujar el triángulo de vértices A(1,-2), B(3,-1) y C(2,1) y hallar su área.

32. Los vértices de un triángulo son A(7,5), B(-8,3) y C(4,-5)

    a) Hallar las medianas AB y AC y el baricentro.
    b) Ídem para alturas y ortocentro.
    c) Ídem para mediatrices y circuncentro.

33. Hallar el área limitada por la recta $5x + y - 5 = 0$, el eje de abscisas y el eje de ordenadas. Hacer el dibujo.

34. Hallar la ecuación de la recta que pasa por (2,3) y es:

    a) Paralela al eje OX
    b) Paralela al eje OY
    c) Paralela a la bisectriz del primer cuadrante.
    d) Paralela a la bisectriz del segundo cuadrante.
    e) Paralela a la recta de ecuación: $5x + 2y = 0$

35. Dado el segmento de extremos A(3,5) y B(6,15), calcular las coordenaÂdas de los puntos C,D y E que dividen al segmento AB en 4 partes iguales.

36. El baricentro del triángulo ABC es el punto G(2,1). El punto medio del segmento AB es M(3,0) y el punto medio del segmento BC es N(1,5). Calcula los vértices A, B y C del triángulo.

37. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(4,5) y forma con los semiejes positivos un triángulo de área 40 unidades cuadradas.

38. Un paralelogramo tiene por vértices (-1,-3), (6,0), (8,2), determinar el cuarto vértice sabiendo que hay tres soluciones.

39. La recta y+2=m(x+3) pasa por el punto de intersección de las rectas 2x+3y+5=0 y 5x-2y-16=0. Calcula m.

40. Calcular el módulo de los siguientes vectores: (2,3), (1,0), (-3,2)

41. Dados los vectores $u(2,3), v(6,9), n(-3,2), i(1,0), j(0,1)$ y $w(-4,7)$. Calcular los siguientes productos escalares:

    a) u.v
    b) u.n
    c) u.i
    d) u.j
    e) u.w

42. Hallar el ángulo formado por los vectores: $\overrightarrow{u}(2,3)$ y $\overrightarrow{v}(6,9)$

43. Calcular el ángulo que forman las rectas: $x-2y+4=0$ y $3x-y-1=0$.

44. Comprobar, por dos métodos, si las siguientes rectas son paralelas, secantes o coincidentes; en este último supuesto, hallar el punto de corte:

    a) $r = 3x+2y-5=0$; $s = 3x+2y+7=0$
    b) $r = x+3y-4=0; s = x+2y-5=0$
    c) $r = x+y-3=0, s = 2x+2y-6=0$

45. Hallar la tangente del ángulo que forman las rectas: $-x+2y+1=0$ y $3x+y+5=0$.

46. Hallar las tangentes de los ángulos del triángulo de vértices $A(-2,2), B(5,3)$ y $C(2,15)$.

47. El ángulo que forman las rectas $2x+3y=5$ y $x-4y=2$, ¿es mayor o menor que 45ª?.

48. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(1,1) y es perpendicular al vector $v(3,-2)$.

49. Determinar el valor de a para que las rectas $ax+(a-1)y-2(a+2)=0$ y $3ax-(3a+1)y-(5a+4)=0$ sean:

    a) Paralelas.

b) Perpendiculares.

50. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(1,-2) y B(3,0) y el ángulo que forma con el eje OX.

51. Hallar la distancia del punto (-1,1) a la recta que corta a los ejes OX y OY a las distancias 3 y 4 del origen.

52. Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forma la recta 5x+12y-60=0 con el eje de ordenadas.

53. Calcular las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forman las rectas 3x-4y+1=0, 5x+12y-7=0.

54. Dada la recta de ecuación $ax + by = 1$, determinar a y b sabiendo que la recta dada es perpendicular a la recta de ecuación $2x + 4y = 11$ y que pasa por el punto P(1, 3/2).

55. Las rectas de ecuaciones $ax - y = 4$, $x + b = y$, son perpendiculares y cortan al eje de abscisas en dos puntos distantes 5 unidades. Hallar a y b.

56. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto (-3,0) y forman con la recta de ecuación 3x-5y+9=0 un ángulo cuya tangente vale 1/3.

57. Hallar las coordenadas del punto A(1,1) respecto de la recta de ecuación x+y+1=0.

58. La recta de ecuación $4x - 3y = 12$ es mediatriz del segmento AB. Sabiendo que las coordenadas de A son (1,0), hallar las de B.

59. Los puntos B(-1,3) y C(3,-3) son los vértices de un triángulo isósceles que tiene el tercer vértice A en la recta $x + 2y - 15 = 0$, siendo AB y AC los lados iguales. Calcular las coordenadas de A y las tres alturas del triángulo.

60. Dados los puntos A(4,-2) y B(10,0), hallar el punto de la bisectriz de los cuadrantes segundo y cuarto que equidista de los dos.

61. Hallar un punto de la recta $2x - y + 5 = 0$ que equidiste de A(3,5) y B(2,1).

62. Calcular el pie de la perpendicular trazada por el punto P(-1,2) a la recta $3x - 5y - 21 = 0$, y la distancia de dicho pie al punto en que esta recta corta al eje OX.

63. Hallar la ecuación de la recta que corta el eje OX en el punto de abscisa 3 y forma con él un ángulo de 60^o.

64. Dados los puntos $A(2, 1), B(-3, 5)$ y $C(4, m)$, calcular m para que el triángulo ABC tenga de área 6.

65. Hallar el área del cuadrilátero de vértices $A(2, -2), B(4, 2), C(4, 0)$ y $D(-2, 3)$.

66. Hallar la longitud de la altura del triángulo $A(2,-1), B(-5,1)$ y $C(0,3)$, que parte del vértice C y hallar el área del triángulo.

67. Desde el punto $F(5,10)$ parte un rayo luminoso que se refleja en la recta de ecuación $3x+4y=30$ y después de la reflexión llega al punto $A(13,4)$. ¿En qué punto de la recta dada deberá reflejarse el rayo?.

68. Sobre una pradera llana hay dos montones de granos situados en los puntos A(3,1) y B(7,4). Desde un hormiguero cercano, las hormigas han marcado sobre el suelo sendos caminos rectilíneos formando un ángulo recto, dirigidos a los dos montones de granos. ¿En qué punto se encuentra el hormiguero, si se sabe que está situado sobre la recta de ecuación $x-y=4$?.

69. Dados los siguientes pares de rectas, hallar m para que sean paralelas y calcular su distancia:

    a) $3x-4y+1=0; mx+8y-14=0$

    b) $mx+y=12; 4x-3y=m+1$

    c) $4x-3y+1=0; mx+6y+4=0$

70. Los lados de un triángulo de vienen dados por las rectas $3x–y–6=0$, $3x+y–18=0$ e $y=0$.

    a) Halla las coordenadas de los vértices.

    b) Clasifica el triángulo en función de sus lados.

    c) Halla las ecuaciones de las medianas.

    d) Halla el baricentro del triángulo.