MATEMATICAS (MAT I CCSS)

1º Bachillerato

COMBINATORIA

Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

Conceptos

La Combinatoria es la parte de las Matemáticas que se ocupa de la resolución de problemas de elección y disposición de los elementos de cierto conjunto, de acuerdo con ciertas reglas.

Por ejemplo: ¿Cuántas posibles combinaciones pueden darse en la lotería primitiva? ¿Qué posibilidades hay tener un poker de ases? ¿Cuántas quinielas distintas pueden hacerse? ¿De cuántas formas se pueden sentar 30 alumnos en 30 asientos de un aula?.

Conceptos previos

Población: Es el conjunto de elementos de estudio. Llamaremos tamaño de la población al número de elementos de este conjunto.

Muestra: Es un subconjunto de la población. Llamaremos tamaño de la muestra al número de elementos que la componen.

Los diferentes tipos de muestra vienen determinados por dos aspectos:

- El orden, es decir, si es importante que los elementos de la muestra aparezcan ordenados o no.
- Considerando que dos muestras son diferentes si tienen diferente ordenación
- La posibilidad de repetición o no de los elementos

Veamos algunos ejemplos:

- **Quiniela:**La población en este caso es $\{1, X, 2\}$, que tiene tamaño 3.
  - Una quiniela es una muestra de tamaño 15 de la población anterior (por ejemplo : $2X1121X1X2122X1$).
  - El orden en las quinielas importante y que se permiten elementos repetidos. Es por tanto una muestra ordenada y con repetición.
- **Primitiva:** La población son todos los números desde el 1 al 49, es decir {1,2,3.. . .,49}
  - Por tanto, y si nos olvidamos del complementario, una apuesta de lotería primitiva es una muestra de tamaño 6 de dicha población (por ejemplo 3, 18, 40, 41, 43, 45).

- Son muestras no ordenadas y sin repetición ya que el orden no influye y los elementos no se pueden repetir (un número no puede salir más de una vez).

- **Póker** La población ahora está formada por las 52 cartas que componen una baraja francesa, es decir {1 corazones, 2 corazones,. . . .,Rey picas} , tenemos una muestra de 52 cartas, que evidentemente no se pueden repetir y además el orden no importa.
  - Muestras no ordenadas y sin repetición.
- **Aula** La población son los 30 alumnos a elegir, y la muestra tiene el mismo tamaño, 30, pues elegimos a los 30 alumnos.
  - El orden sí que es importante y además las personas no se pueden repetir.
  - Son muestras ordenadas y sin repetición

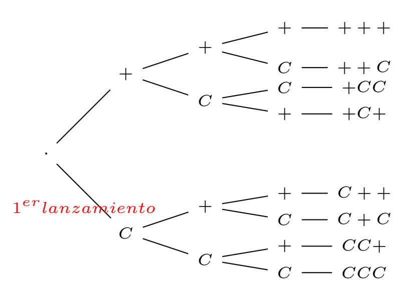
El objetivo de la Combinatoria es calcular cuántos tipos de muestras de un determinado tamaño se pueden extraer de cierta población. El resultado en el que nos basaremos a la hora de calcular el número de muestras es el siguiente:

Principio de multiplicación:

Si un procedimiento se puede separar en r etapas, de modo que el resultado de una de ellas no influye en el resultado de las otras, y en cada una de estas etapas se obtienen respectivamente $n_1, n_2, n_3, ..., n_r$esultados, entonces el procedimiento global conduce a $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot ... \cdot n_r$ resultados.

¿Cuántos resultados podemos obtener al lanzar una moneda tres veces?. Aplicando el principio anterior, en el primer lanzamiento obtenemos 2 resultados (Cara o cruz), en el segundo lanzamiento, otros 2 y en el tercero también 2.

Por tanto, en total hay $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ posibles resultados. Si lo disponemos en forma de diagrama de árbol, obtenemos los 8 resultados:



Ejemplo

◊ **Ana tiene en su armario 6 camisetas, 9 pantalones de deporte y 8 pares de zapatillas y le gustaría no repetir indumentaria ningún día durante el curso.¿Es posible?**
*Solución:*Aplicando el principio multiplicativo tanto tendría $6 \cdot 9 \cdot 8 = 432$ indumentarias diferentes. Teniendo en cuenta que cada año escolar son aproximadamente 80 horas de Educación Física, Ana podría estar más de 5 años vistiéndose de forma diferente en cada clase
◊ **Un conocido restaurante afirma que el cliente puede comer durante dos años sin repetir el menú. En la carta aparecen 5 primeros platos, 14 segundos y 7 postres. Analiza si se trata de una propaganda cierta o no** .
Solución: En total habrá $5 \cdot 14 \cdot 7 = 490$ menús diferentes. Un cliente "fiel " no podría estar durante dos años comiendo menús distintos, por tanto el anuncio sería FALSO

Principio de la suma

Si un suceso tiene formas alternativas de llevarse a cabo, donde la primera de esas alternativas puede realizarse de m_1 maneras, la segunda alternativa puede realizarse de m_2 maneras, y así sucesivamente, hasta la última que puede realizarse de m_k maneras, entonces el número total de maneras en que ocurre este suceso es $m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_k$

Ejemplos

Si me quiero comprar un automóvil, puedo elegir entre distintas marcas y modelos. La marca A tiene 2 modelos y 3 colores, la marca B tiene 4 modelos y 5 colores disponibles. ¿De cuántas maneras posibles puedo elegir un automóvil?
La respuesta a esta pregunta es de 26 maneras diferentes ($2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26$)
La marca A tiene 2 modelos y 3 colores por modelo ($2 \cdot 3 = 6$ vehículos de la marca A) ,la marca B tiene 4 modelos y 5 colores por modelo ($4 \cdot 5 = 20$ vehículos de la marca B) $6 + 20 = 26$ vehículos para elegir

Variaciones sin repetición

Si tenemos una población de tamaño n y queremos extraer una **muestra ordenada y sin repetición** de tamaño k, razonemos de este modo:

El primer elemento lo podemos elegir entre n elementos.

El segundo, al no poder repetir, podemos elegirlo entre $n-1$ elementos. $(n-2+1)$.

El tercero, al no poder repetir, podemos elegirlo entre $n-2$ elementos. $(n-3+1)$....

El elemento k, lo podremos elegir entre $n-k+1$ elementos.

Por tanto, y aplicando el principio de multiplicación en total hay :

$$n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k+1)$$

muestras de tamaño k ordenadas y sin repetición

Las muestras ordenadas y sin repetición se denominan Variaciones sin repetición . Por tanto,si el tamaño de la población es n y el de la muestra k, el número de variaciones sin repetición lo expresaremos por:

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Oservaciones

Observa que en el producto que define V_n^k tiene exactamente k factores decrecientes a partir de n (el primero es n y vamos disminuyendo cada factor en una unidad hasta conseguir k factores)

Por tanto, el número de variaciones monarias es $V_n^1 = n$, el de binarias es $V_n^2 = n \cdot (n–1)$, el de las ternarias es k=3 $V_n^3 = n \cdot (n–1) \cdot (n–2)$ y así sucesivamente.

Ejemplos

En una carrera de 100 metros participan 8 corredores. ¿De cuántas formas diferentes se podrían repartir las medallas de oro, plata y bronce?

Solución: $V_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ formas diferentes de podium

¿ De cuántas maneras diferentes se pueden repartir tres premios distintos entre Juan, Pedro, María Alicia y Pilar.

Solución: $V_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ formas distintas de reparto

Ejemplos

¿Cuántas banderas diferentes de tres franjas horizontales de colores distintos pueden confeccionarse a partir de siete colores diferentes?
Solución: Se trata de calcular el número de grupos de tres colores distintos elegidos entre los siete, sabiendo que son banderas distintas aquellas que difieren en la disposición(orden) de los colores. El número de banderas es $V_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

Ejercicio ¿Cuántos números de cuatro cifras no repetidas se pueden formar con las cifras del 1 al 9 (ambas inclusive)?

Variaciones con repetición

Si la población es de tamaño n y la muestra de tamaño k, pero ahora permitimos repeticiones,procedemos así:

El primer elemento lo podemos elegir entre n elementos. El segundo, al poder repetir, podemos elegirlo entre n elementos. . El tercero, al poder repetir, podemos elegirlo entre n elementos. . ... El elemento k, lo podremos elegir entre n elementos.

En total tendremos $n \cdot n \cdot ... \cdot n(k\, veces) = n^k$ muestras de este tipo.

Las muestras ordenadas y con repetición se denominan **Variaciones con repetición** y lo expresaremos:

$$VR_n^k = n^k$$

Ejemplos

¿De cuántas maneras se pueden elegir 4 cartas (no necesariamente distintas) de una baraja de 40 cartas?.
Solución: La primera se puede elegir de 40 maneras. La segunda, al poder repetir, también se puede elegir de 40 maneras. La tercera, al poder repetir, también se puede elegir de 40 maneras. La cuarta, al poder repetir, también se puede elegir de 40 maneras. En total hay:

$$VR_{40}^4 = 40^4 = 40 \cdot 40 \cdot 40 \cdot 40 = 2560000\, formas.$$

Ejemplos

¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar con los dígitos 1,2 y 3?
*Solución:*Tenemos n=3 y k=5 (en este caso es mayor la k que la n, pero como se pueden repetir no hay problemas).Sí importa el orden (ya que 11123 no es lo mismo que 11132).

$$VR_3^5 = 3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243\, .$$

Ejemplos

¿Cuántas quinielas se pueden formar en total?
*Solución:*Sabemos que en las quinielas podemos elegir 3 resultados (1 X 2) entre 15 partidos posibles.

Se pueden repetir los resultados (podemos poner varias x o varios 1 o varios 2)
Sí importa el orden (ya que un partido no tiene nada que ver con otro)
Por lo que: $n = 3$ y $k = 15$

$$VR_3^{15} = 3^{15} = 14348907.$$

Ejemplos

El sistema Braille se basa en combinaciones de punto en relieve o espacio sin punto, en grupos ordenados de seis posibilidades. ¿Cuántas ordenaciones posibles hay? ¿Son suficientes para las veintisiete letras, diez números y cuatro signos de puntuación básicos?
Solución: Tenemos dos elementos para formar ordenaciones de 6 elementos. $VR_2^6 = 26 = 64$ .Hay suficientes posibilidades para 27 letras, 10 números y unos cuantos signos de puntuación (además de algunos indicadores especiales propios de este lenguaje). Se escogieron 6 posiciones porque 5 resultaban escasas (supondrían 32 posibilidades) y 7 demasiadas (128 posibilidades).

Ejemplos

Un número telefónico consta de siete cifras enteras. Supongamos que
-La primera cifra debe ser un número entre 2 y 9, ambos inclusive.
-La segunda y la tercera cifra deben ser números entre 1 y 9, ambos inclusive.
-Cada una de las restantes cifras es un número entre 0 y 9. ambos inclusive.
¿Cuántos números de teléfono distintos pueden formarse con estas condiciones?
Solución: Para la primera cifra tenemos 8 casos. Para la segunda y la tercera juntas tenemos VR_9^2 y las restantes serán VR_{10}^4. En consecuencia, el número de teléfonos es: $8 \cdot 9^2 \cdot 10^4 = 6480000$.

Ejercicio ¿Cuántos números de tres cifras (no necesariamente distintas) pueden formarse con los dígitos 1,6,7,8,9?.

Permutaciones simples o sin repetición

Si tenemos una población de tamaño n y queremos extraer una **muestra ordenada y sin repetición** de tamaño n, razonemos de este modo:

El primer elemento lo podemos elegir entre n elementos.

El segundo, al no poder repetir, podemos elegirlo entre $n-1$ elementos. $(n-2+1)$

.

El tercero, al no poder repetir, podemos elegirlo entre n − 2 elementos. $(n-3+1)$

.

El elemento n, lo podremos elegir entre $n-n+1$ elementos.(el último)

Nota: Es un caso particular de variaciones que se tome una muestra de tamaño igual al tamaño de la población, es decir, $k=n$, las variaciones se denominan permutaciones y se obtendría:

$$V_n^n = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-n+1) = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot 1 = n!$$

El producto de todos los números enteros desde el 1 hasta el n se denomina **FACTORIAL** y se representa por $n!$. Por definición, $0! = 1$ y $1! = 1$.

No existen los factoriales de los números negativos

Por tanto este caso particular de variaciones sin repetición se denomina **permutaciones sin repetición de n elementos** y se expresa:

$$P_n = n!$$

Ejemplos

¿De cuántas maneras se pueden sentar 10 alumnos personas en 10 asientos en un aula?.
Solución: El primer alumno se puede sentar en 10 sitios. El segundo en 9, el tercero en 8, ...etc. De modo que hay $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot .... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ posibilidades, es decir, $P_{10} = 10! = 3628800$.

Ejercicio: ¿Cuántas palabras de 8 letras (con o sin sentido) se pueden formar con las letras A B C D E F G H?.

Permutaciones con repetición

Si queremos calcular el número de permutaciones u ordenaciones de n elementos de los cuáles hay n_1 de una clase,n_2 de otra, etc. . . de modo que $n_1 + n_2 + ... + n_r = n$, entonces hablamos de permutaciones de n elementos, algunos de los cuales están repetidos, lo que se expresa como:

$$P_n^{n_1,n_2,\ldots,n_r} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot ... \cdot n_r!}$$

Ejemplos

En una urna hay 9 bolas, 3 blancas, 2 rojas y 4 negras. ¿De cuantas formas distintas se pueden extraer las bolas de la urna?
Al tener tres bolas blancas, a efectos de ordenación se consideran iguales, lo mismo ocurre con las rojas y las negras. Las posibles ordenaciones son:

$$P_9^{3,2,4} = \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 4!} = 1260$$

Ejemplos

En una competición deportiva participan 4 equipos de 3 atletas cada uno. ¿De cuántas formas diferentes pueden llegar los equipos?
A la hora de elaborar la clasificación por equipos los atletas se consideran idénticos. El número de posibles clasificaciones es:

$$P_{12}^{3,3,3,3} = \frac{12!}{3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{\cancel{12} \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9} \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2 \cdot 1}}{\cancel{3!} \cdot \cancel{3 \cdot 2} \cdot 1 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2 \cdot 1}} = 369600$$

Ejemplos

Con los digitos 1 1 1 0 0 ,¿ cuántas cadenas de 5 cifras pueden formarse?
Solución: El 1 se repite 3 veces y la letra 0 se repite 2 veces, y en total hay 5 digitos. Así el número total de palabras son:

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

Dichas palabras serían: 11100, 11010, 11001, 10110, 10101, 10011 ... Escribe los restantes.

Ejemplos

¿Cuántos números de siete cifras se pueden formar con dos 6, cuatro 5 y dos 8?
Solución: Este es un caso claro de combinaciones con repetición. Son permutaciones porque los grupos de números nada más que se diferencian por el criterio de orden y con repetición por tener cada grupo elementos repetidos.
$PR_8^{2,4,2} = \frac{8!}{2!4!2!} = \frac{\cancel{8}\cdot 7\cdot \cancel{6}\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot \cancel{2\cdot 1}}{\cancel{2\cdot 1\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 1}} = 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 420\ números$

Ejercicio: Con las letras de la palabra BALADA, tenemos que averiguar cuántas palabras distintas se pueden formar, que tengan o no sentido.

Combinaciones

Supongamos que tenemos una bolsa con 5 bolas numeradas del 1 al 5. Sacamos dos bolas, sin importarnos el orden y sin repetir, ¿cuántos posibles resultados hay?. Examinemos las posibilidades. Si el orden fuese importante ya sabemos que tendríamos 5·4 = 20 posibilidades ($V_5^2 = 5 \cdot 4$) que serían:

1, 2	1, 3	1, 4	1, 5
2, 1	2, 3	2, 4	2, 5
3, 1	3, 2	3, 4	3, 5
4, 1	4, 2	4, 3	4, 5
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4

Ahora bien, como no nos importa el orden, para nosotros las parejas 2,1 y 1,2 que son 2, en realidad sólo deberían contar como una, y lo mismo ocurre con el resto de parejas.

Estamos contando cada pareja 2 veces. Por tanto, para obtener el número de parejas que buscamos tenemos que dividir entre 2. Así resulta que el número de muestras no ordenadas y sin repetición que tenemos es de: 20 2 = 10 , sólo 10 posibilidades que son:

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}$

donde las llaves indican que el orden no importa.

Si sacásemos 3 bolas en lugar de 2, tendríamos los tríos:

1,2,3 1,2,4 1,2,5 etc. . . en total 5·4·3 =60 posibilidades ($V_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3$).

Razonando de igual manera al caso anterior, todos aquellos tríos en los que estuviesen por ejemplo, el 1, el 2 y el 3 estarían repetidos.

Ahora bien, ¿cuántas veces se repite cada trío?. Veamos, tomando como ejemplo los tríos con 1,2 y 3 obtenemos:

1,2,3   1,3,2   2,1,3   2,3,1   3,1,2   3,2,1

6 posibilidades ($P_3 = 3!$) que en realidad representan lo mismo pues no nos importa el orden.

Lo mismo ocurre con cada trío, de modo que cada uno de ellos se repite 6 veces, así pués si no tenemos en cuenta el orden, el número de muestras no son 60 sino:

$\frac{60}{6} = 10$ maneras (no ordenadas y sin repetición).

Ejercicio: Escribir los 10 tríos del ejemplo anterior.

Formalizando lo anterior, si la población es de tamaño n y se extraen muestras de tamaño k, si fuesen ordenadas serían $V_k = n = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-k+1)$ pero como son no ordenadas tenemos que dividir por el número de maneras de ordenar esas muestras de tamaño k, es decir hay que dividir por $P_k = k!$

Resumiendo, el número de muestras no ordenadas y sin repetición de tamaño k que se extraen de una población de tamaño n es:

$$\frac{V_n^k}{P_k}$$

Las muestras no ordenadas y sin repetición se denominan Combinaciones sin repetición y las expresaremos:

$$C_n^k = \frac{V_n}{P_k}$$

El número de combinaciones sin repetición C_n^k se recuerda de manera más sencilla mediante otra fórmula:

$$C_n^k = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right)$$

La expresión $\left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right)$ se denomina número combinatorio y se lee "n *sobre* k".

Una regla sencilla que permite calcular este número combinatorio es:

$$C_n^k = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Ejemplos

1. **¿De cuántas maneras se pueden sacar 3 bolas numeradas en cualquier orden, de una bolsa que contiene 5 bolas?**.

   Solución: Serían combinaciones de 5 elementos de los que sacamos 3, es decir, tenemos que calcular:

   $$C_5^3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = 10$$

   son las maneras que habíamos calculado en el ejemplo de la introducción.

2. **¿De cuántas formas se puede formar un grupo de trabajo de 6 alumnos de entre una clase de 27?.**

   Solución: En este caso son combinaciones (no importa el orden) de 27 elementos de los que se escogen 6 , es decir:

   $$C_{27}^6 = \begin{pmatrix} 27 \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{27!}{(21)! \cdot 6!} = 296010$$

Ejercicio: ¿De cuántas maneras se pueden extraer 6 bolas de un bombo que contiene 49 bolas?(Lotería Primitiva)

Combinaciones con repetición

En este caso el problema que se plantea es como sigue: se tienen objetos de n tipos diferentes. ¿Cuántas k-disposiciones se pueden formar usando estos, si no se toma en cuenta el orden de los elementos en la disposición (en otras palabras, diferentes disposiciones deben distinguirse por lo menos en un objeto)?

Para ilustrar el problema, consideremos el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$. Listemos todos los posibles multiconjuntos de 3 elementos obtenidos del conjunto A. Para brevedad, indicaremos las letras como si fuesen una palabra:aaa aab aac aad abb abc abd acc acd add bbb bbc bbd bcc bcd bdd ccc ccd cdd ddd

El orden no importa, por esto es que no se lista por ejemplo, *aca* ya que el multiconjunto $\{a, c, a\}$ es el mismo que el multiconjunto $\{a, a, c\}$. Estas selecciones donde se permite repetición pero no se toma en cuenta el orden se denominan combinaciones con repetición.

Las combinaciones con repetición de n elementos tomados de k en k, son los distintos grupos formados por n elementos de manera que:

No entran todos los elementos. No importa el orden y Sí se repiten los elementos. Al número de combinaciones con repetición se de denotará por CR_n^k el valor podemos calcularlo con la siguiente fórmula:

$$CR_n^k = \begin{pmatrix} n+k-1 \\ k \end{pmatrix} = \frac{(n+k-1)!}{(k)! \cdot (n-1)!} \quad n \geq k$$

Ejemplos

En una bodega hay cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?
Solución:
No entran todos los elementos. Sólo elijo 4.
No importa el orden. Da igual que elija botellas de anís y de ron, que de ron y de anís.
Sí se repiten los elementos. Puede elegir más de una botella del mismo tipo.

$$CR_5^4 = \begin{pmatrix} 5+4-1 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{(5+4-1)!}{(4)! \cdot (5-1)!} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

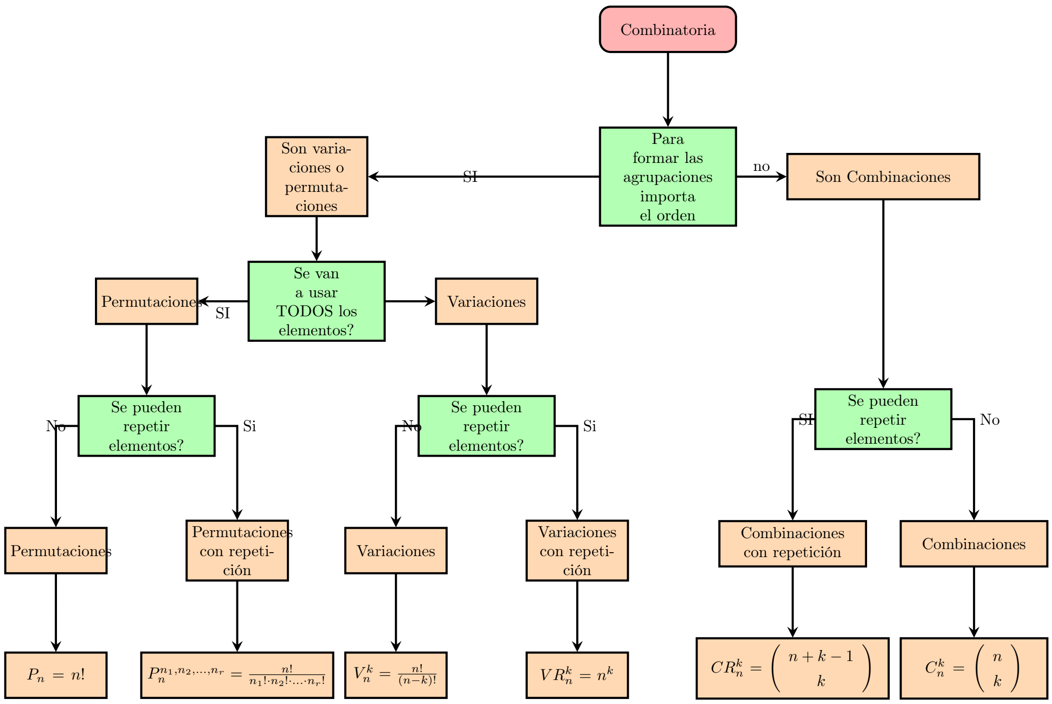
Ejemplos

Imaginemos que estamos en una pastelería con una selección de 10 pasteles distintos. Queremos realizar una selección de 6

pasteles, ¿Cuántas combinaciones con repetición distintas podríamos formar?
Solución: Primero identificamos los elementos totales que en este caso son 10 pasteles. Por tanto ya tenemos nuestra n ($n = 10$). Como queremos seleccionar 6 pasteles de los 10 posibles, nuestra k va a ser 6 ($k = 6$). Sabiendo esto, no tenemos más que aplicar la formula.

$$CR_{10}^{6} = \begin{pmatrix} 10 + 6 - 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{(15)!}{6! \cdot 9!} = 5005$$

¿Cómo las diferenciamos?



Ejemplos

1. a) Como respuesta a un anuncio de trabajo se presentan 12 personas para cubrir tres plazas de administrativo ¿ Cuantas grupos diferentes de personas se pueden seleccionar?

   (a) Debemos elegir grupos de 3 de entre los 12 , no influye el orden

$$C_{12}^3 = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{12!}{(12-3)!\cdot 3!} = \frac{12{\cdot}11{\cdot}10}{3{\cdot}2} = 220$$

2. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden formar con 8 puntos en el plano si tres de ellos nunca están alineados? Para que dos triángulos sean distintos se tienen que diferenciar al menos en un vértice y el orden en que tomamos los vértices no influye

$$C_8^3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{8!}{(8-3)!\cdot 3!} = 56$$

3. ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1,2,3,. . . ,9?

$$V_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = 9{\cdot}8{\cdot}7 = 504$$

4. Con las letras del alfabeto español(25 letras) ¿Cuántas palabras (con o sin sentido) de 6 letras distintas pueden formarse?- ¿Cuántas empiezan por vocal?

$$V_{25}^{6}$$

$$5V_{24}^{5}$$

5. ¿Cuántos números de 5 cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5?
   (a) P5 =5! = 5.4.3.2.1 = 120
6. ¿ Cuantos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos 0,1,2,3?
   (a) $P_4 – P_3 = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$
   (b) Hemos restado P3 para descontar los números que empiezan por cero, ya que estos no son de cuatro cifras.
7. ¿Cuántos números de 6 cifras se pueden formar si en ellos siempre hay 1 uno, 2 doses y 3 treses ¿

$$P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1!2!3!} = 60$$

¿cuántas cadenas de 5 cifras pueden formarse? La A se repite 3 veces y la letra B se repite 2 veces, y en total hay 5 letras. Así el número total de palabras son:

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

Dichas palabras serían: 11100, 11010, 11001, 10110, 10101, 10011 ... Escribe los restantes.