MATEMATICAS (MAT I)

1º Bachillerato

GRÁFICAS DE FUNCIONES

Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

1. **Dominio de definición**: D = Dom f(x) = {x $\in$R / existe f(x)}

2. **Simetrías**

   a) Función par: Si $\mathbf{f(-x) = f(x)}$ para todo x $\in$ D.**Es simétrica respecto del eje OY** (ordenadas):

   b) Función impar: Si $\mathbf{f(-x) = -f(x)}$ para todo x $\in$ D. **Es simétrica respecto del origen de coordenadas.**

3. **Periodicidad:**

   a) f es periódica si existe T$\in$ R tal que f(x +T) = f(x), (T periodo mínimo).

4. **Puntos de corte con los ejes:**

   a) Con el eje OX (abscisas): f(x) = 0 : (x,0). Ninguno, uno o más puntos.

   b) Con el eje OY (ordenadas): f(0) = y , (0,y). Ninguno o un punto.

5. **Asíntotas**

   a) Asíntotas verticales: La recta **x = a** es asíntota vertical si $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, o algún limite lateral lo es.

   b) Asíntotas horizontales: La recta **y = b** es asíntota horizontal si $\lim_{x\to +\infty} f(x) = b \in R$ o bien $\lim_{x\to -\infty} f(x) = b \in R$

   c) Asíntotas oblicuas: La recta **y = mx + n** es una asíntota oblicua, cuando:

   $$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} \in R \;\; y \;\; n = \lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - \mathrm{mx}) \in R$$

6. **Crecimiento, decrecimiento. Extremos relativos**

   a) Si para todo x$\in$ I $\subseteq$ D $\mathbf{f'(x) > 0}$ f es **creciente** en I.

   b) Si para todo x$\in$ I $\subseteq$ D $\mathbf{f'(x) < 0} \Rightarrow$ f es **decreciente** en I.

   c) Si f´(x_0) = 0, o bien f no es derivable en $x_0 \in$ D, o bien si f´(x) cambia de signo a izquierda y derecha de x_0, en x_0 hay un **extremo relativo**(máximo o mínimo)

7. **Concavidad, convexidad. Puntos de inflexión**

8. Si para todo x$\in$ I $\subseteq$ D $\mathbf{f''(x) > 0} \Rightarrow$ f es **cóncava** en I.

9. Si para todo x$\in$ I $\subseteq$ D $\mathbf{f''(x) < 0} \Rightarrow$ f es **convexa** en I.

10. Si f´´(x_0) = 0, o bien f´ no es derivable en $x_0 \in$ D, y f´´(x) cambia de signo a izquierda y derecha de x_0, en x_0 hay un **punto de inflexión**

11. **Tabla de valores**: Se puede hacer una tabla de valores como resumen de datos

Ejemplos de representación gráfica de funciones

1. Ejemplo $f(x) = x^2 - x^4$

   a) **Dominio**: R, es continua y derivable en R

   b) **Puntos de corte con los ejes**

   1) x = 0 $\Rightarrow$ y = 0, (0, 0)

   2) y = 0 $\Rightarrow x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2\left(1 - x^2\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & (0,\ 0) \\ x = \pm 1 & (1, 0)\,,\ (-1,\ 0) \end{cases}$

   c) **Simetrías**: $\begin{cases} f(-x) = (-x)^2 - (-x)^4 = x^2 - x^4 \\ f(x) = x^2 - x^4 \end{cases} \Rightarrow f(-x) = f(x) \Rightarrow$ f es una función par y por lo tanto es simétrica respecto del eje Y.

   d) **Asíntotas:** No tiene por ser una función polinómica.

   e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y^{'} = 2x - 4x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{1/2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}/2 \end{cases}$

   f)

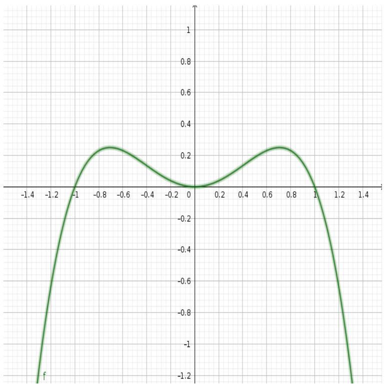
Dominio		$-\sqrt{2}/2$		0		$-\sqrt{2}/2$	
f	creciente		decreciente		creciente		creciente
f'	+	0		0		0	+
		max		min		max	

   g) Mínimo relativo en el punto (0,0), y máximos relativos en los puntos $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4}\right)$

   h) **Concav., convex., puntos de inflexión:** $y^{''} = 2 - 12x^2 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}$

   Puntos de inflexión: $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{5}{36}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{5}{36}\right)$

Dom		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{-\sqrt{6}}{6}$		**0**		$\frac{\sqrt{6}}{6}$		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	
		máx				**MíN**				**MÁX**	
	convexa			**Inflex**	**cóncava**			**Inflexión**	**convexa**		
f	$\nearrow$		$\searrow$				$\nearrow$				$\searrow$
f'	+	**0**	**-**			**0**	+			**0**	**-**
f''	**-**	**-**	**-**	**0**	+	+	+	**0**	**-**	**-**	**-**



2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

a) **Dominio: R, es continua y derivable en R**

b) **Puntos de corte con los ejes**

1) x = 0 ⇒ y = 0, (0,0)

a' y = 0 ⇒ $x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow$
$\begin{cases} x = 0 & (0,\ 0) \\ x = 3 & (3,\ 0) \end{cases}$

2) **Simetrías**: $\begin{cases} f(-x) = (-x)^3 - 6(-x)^2 + 9(-x) = -x^3 - 6x^2 - 9x \\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \end{cases} \Rightarrow f(-x) \neq \pm f(x)$

⇒ f no es una función par ni impar y por lo tanto no es simétrica respecto del origen ni del eje de ordenadas.

3) **Asíntotas**: No tiene por ser una función polinómica.

4) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

c)

Dominio		1		3	
f	creciente	$f(1) = 4$	decreciente	$f(3) = 0$	creciente
f'	+	0	-	0	+

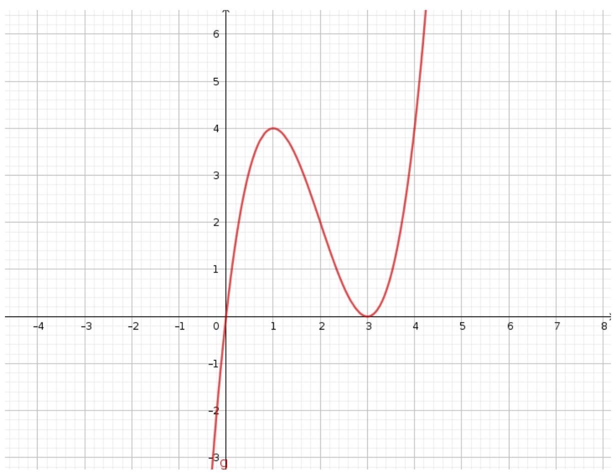
d) La función tiene un mínimo relativo en el punto: (1, 4), y un máximo relativo en el punto (3, 0)

e) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**: $y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2$

f)

Dominio		1		2		3	
		MÁX				**Min**	
f	**crece**↗			**decrece**↘			**crece**↗
f'	+	**0**		-		**0**	-
f''	-	-	-	**0**	+	+	+

g) Punto de inflexión: (2, 2)



3. $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

a) **Dominio**: R $- \{0\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**: no tiene.

c) **Simetrías**: $f(-x) = \frac{(-x)^2+1}{-x} = \frac{x^2+1}{-x} = -\frac{x^2+1}{x} = -f(x) \Rightarrow$ f es impar y por lo tanto es simétrica respecto al origen de coordenadas.

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: x = 0

2) Asíntotas Horizontales: $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+1}{x} = \pm\infty$. No tiene

3) Asíntotas oblicuas: y = x

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y^{'} = \frac{x^2-1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \;\Rightarrow x = \pm 1$

Dominio	$(-\infty, -1)$	-1	(-1,0)	0	(0,1)	1	$(1, \infty)$
f	crece		decrece	NO DEF	decrece		crece
f'	+	0	-	NO DEF	-	0	+
		max				Min	

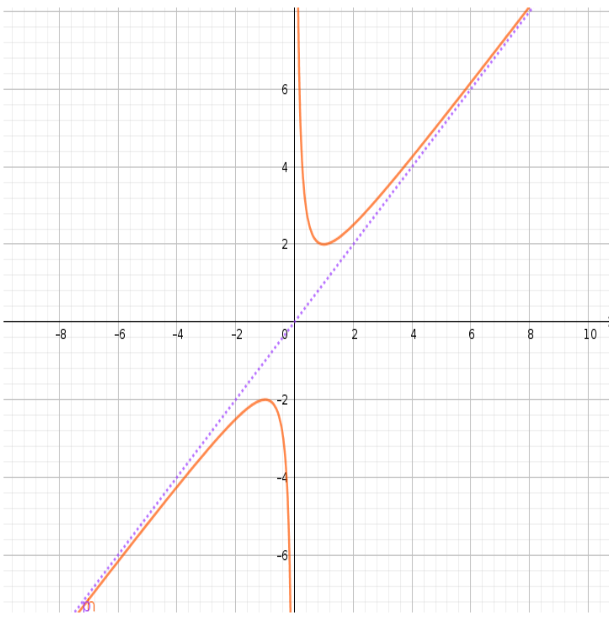
Tiene un máximo en el punto: $(-1,\ 2)$ y un mínimo en $(1,\ 2)$

f) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**:

g) $y^{''} = \frac{2}{x^3} \neq 0 \;\Rightarrow$ no tiene puntos de inflexión

Dominio	$(-\infty, -1)$	-1	(-1,0)	0	(0,1)	1	$(1, \infty)$
f	creciente		decreciente	NO DEF	decreciente		creciente
f'	+	0	-	NO DEF	-	0	+
f''		-		NO DEF		+	
		convexa		NO DEF		cóncava	

h) **Gráfica:**



4. $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

a) **Dominio**: R $-$ $\{-1\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**: $(0, 0)$.

c) **Simetrías**: $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(1-x)^2} \neq \pm f(x) \Rightarrow$ f no tiene simetrías.

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{x^3}{(1+x)^2} = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} \frac{x^3}{(1+x)^2} = -\infty \end{array}\right\}$ x $= -1$

2) Asíntotas Horizontales: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x^3}{(1+x)^2} = +\infty$. No tiene

3) Asíntotas oblicuas: y = x $-$ 2

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = \frac{x^3+3x^2}{(1+x)^3} = 0 \Rightarrow x^2(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$. Dom $f'(x) =$ R $-$ $\{-1\}$

Dominio	$(-\infty, -3)$	-3	(-3,-1)	-1	$(-1, \infty)$
f	creciente	$f(1) = 4$	decreciente	No def	creciente
f'	$+$	0	-	No def	$+$
				No def	

f) Tiene un máximo en el punto: $(-3, -27/4)$

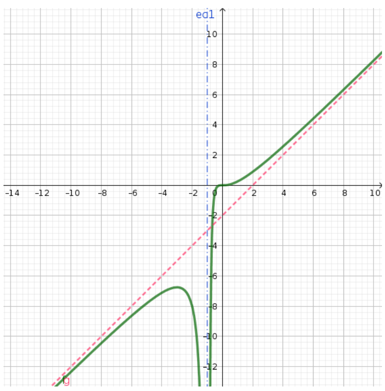
g) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**: $y'' = \frac{6x}{(1+x)^4} = 0 \Rightarrow x = 0$

h)

Dominio	$(-\infty, -3)$	-3	(-3,-1)	-1	$(-1, 0)$	0	$(0, \infty)$
f	creciente	$f(1) = 4$	decreciente	$\boxtimes$	creciente		
f'	$+$	0	-	$\boxtimes$	$+$		
f''	-	-	-	$\boxtimes$	-	0	$+$
	convexa			$\boxtimes$	convexa		cóncava

Tiene un punto de inflexión en el punto (0, 0)

i) **Gráfica:**



5. $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

a) **Dominio**: R $- \{\pm 2\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**: (0, 0).

c) **Simetrías**: $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2-4} = \frac{-x}{x^2-4} = -f(x) \Rightarrow$ impar, simétrica respecto del origen

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -2^-} \frac{x}{x^2-4} = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -2^+} \frac{x}{x^2-4} = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow x = -2 \quad \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{x}{x^2-4} = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 2^+} \frac{x}{x^2-4} = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow$ $x = 2$

2) Asíntotas Horizontales: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x}{x^2-4} = 0 \Rightarrow$ y = 0

3) Asíntotas oblicuas: No tiene

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = \frac{-x^2-4}{(x^2-4)^2} = 0 \Rightarrow -x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \notin R$. No tiene

f)

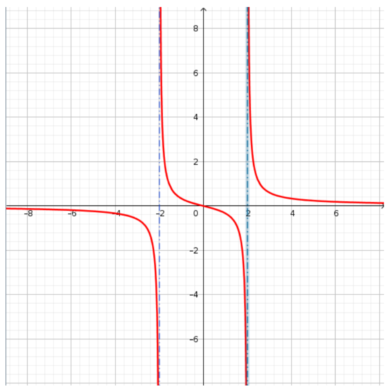
Dominio	$(-\infty, -2)$	-2	(-2,2)	2	$(2, \infty)$
f	decreciente	No def	decreciente	No def	decreciente
f'	-	No def	-	No def	-
		No def		No def	

g) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**: $y'' = \frac{2x^3+24x}{(x^2-4)^3} = 0 \Rightarrow 2x(x^2+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 12 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-12} \notin R \end{cases}$

Dominio	$(-\infty, -2)$	-2	(-2,2)	0	(0,2)	2	$(2, \infty)$
f	decreciente	No def	decreciente			No def	decreciente
f'	-	No def	-			No def	-
	-	No def	+	0	-	No def	+
	convexa		conc		conv		cóncava

h) Tiene un punto de inflexión en el punto (0, 0)

i) **Gráfica:**



6. $f(x) = \frac{x^3-3x^2+4}{x^2}$

a) **Dominio**: R $-$ $\{0\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**:

1) x = 0 no definida (0 $\notin$ Dom f)

2) y = 0 $\Rightarrow$ $\frac{x^3-3x^2+4}{x^2}$ $\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = -1\ (-1,\ 0),\ x = 2\ (2,\ 0)$

c) **Simetrías**: $f(-x) = \frac{(-x)^3-3(-x)^2+4}{(-x)^2} \neq \pm f(x) \Rightarrow$ f no tiene.

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x^3-3x^2+4}{x^2} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x^3-3x^2+4}{x^2} = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow x = 0$

2) Asíntotas Horizontales: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^3-3x^2+4}{x^2} = \pm\infty \Rightarrow$ no tiene

3) Asíntotas oblicuas: y = x $-$ 3

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = \frac{x^3-8}{x^3} = 0 \Rightarrow x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$.

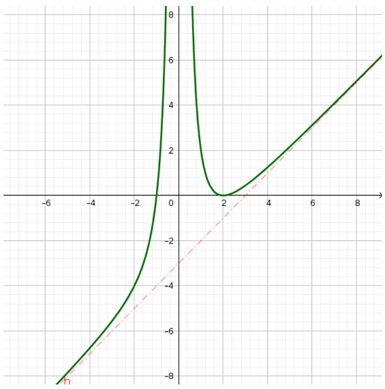
Dominio	$(-\infty, 0)$	0	(0,2)	2	$(2, \infty)$
f	creciente	No def	decreciente		creciente
f'	+	No def	-	0	+

Tiene un mínimo en el punto: (2, 0)

f) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**:
$y'' = \frac{24}{x^4} \neq 0$, no tiene puntos de inflexión.

Dominio	$(-\infty, 0)$	0	(0,2)	2	$(2, \infty)$
f	creciente	No def	decreciente		creciente
f'	+	No def	-	0	+
f''	+	No def	-		
	cóncava		cóncava		

g) **Gráfica:**



7. $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

a) **Dominio**: R $-\{0\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**:

1) x = 0 no definida ($0 \notin$ Dom f)

2) y $= 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x^3+2}{x} = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-2}$, $\left(\sqrt[3]{-2},\ 0\right)$

c) **Simetrías**: $f(-x) \neq \pm f(x) \Rightarrow$ f no tiene.

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x^3+2}{x} = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x^3+2}{x} = +\infty\end{array}\right\} \Rightarrow x = 0$

2) Asíntotas Horizontales: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^3+2}{x} = +\infty \Rightarrow$ no tiene

3) Asíntotas oblicuas: $m = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^3+2}{x^2} = \pm\infty \Rightarrow$ no tiene

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3-2}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{1} = 1$.

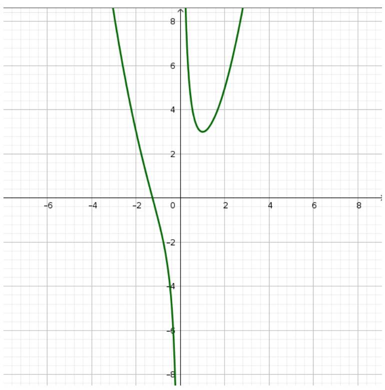
Dominio	$(-\infty, 0)$	0	(0,1)	1	$(1, \infty)$
f	decreciente	No def	decreciente	min	creciente
f'	$+$	No def	-	0	$+$

f) Tiene un mínimo en el punto: (1, 3)

g) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**:
$y'' = 2 + \frac{4}{x^3} = \frac{2x^3+4}{x^3} = 0 \Rightarrow 2x^3 + 4 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-2}$

Dominio	$(-\infty, \sqrt[3]{-2})$	$\sqrt[3]{-2}$	$(\sqrt[3]{-2}, 0)$	0	(0,1)	1	$(1, \infty)$
f	decreciente			No def	decreciente	min	creciente
f'	$+$			No def	-	0	$+$
f''	$+$	0	-	No def	$+$		
	Cóncava	inflex	convexa	No def	Cóncava		

h) Punto de inflexión en ($\sqrt[3]{-2}$, 0)



8. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$

a) **Dominio**: $R - \{\pm 1\}$

b) **Puntos de corte con los ejes**: (0,0)

c) **Simetrías**: $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2-1} = -\frac{x^3}{x^2-1} = -f(x) \Rightarrow$ f es impar y por lo tanto es simétrica respecto al origen de coordenadas.

d) **Asíntotas**

1) Asíntotas verticales: x $= 1$ y x $= -1$
2) Asíntotas Horizontales: No tiene
3) Asíntotas oblicuas: y $=$ x

e) **Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos**: $y' = \frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2} = 0 \Rightarrow x^2\left(x^2-3\right) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

Dominio	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$-\sqrt{3}$	$(-\sqrt{3}$,-1)	-1	(-1,0)	0	(0,1)	1	$(1, \sqrt{3})$	$\sqrt{3}$	$(\sqrt{3}, \infty)$
f	$\nearrow$		$\searrow$	$\boxtimes$	$\searrow$		$\searrow$	$\boxtimes$	$\searrow$		$\nearrow$
f'	+	0	-	$\boxtimes$	-	0	-	$\boxtimes$	-	0	+

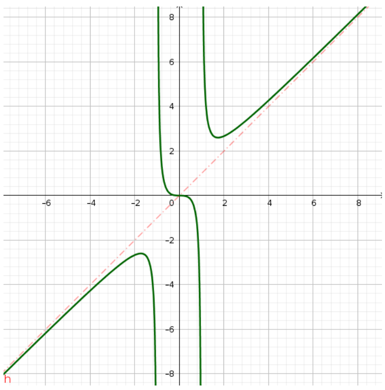
1) Tiene un máximo en el punto: $\left(-\sqrt{3}, \frac{-3\sqrt{3}}{3}\right)$ y un mínimo en $\left(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{3}\right)$

f) **Concavidad, convexidad, puntos de inflexión**: $y'' = \frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3} = 0 \Rightarrow x(2x^2+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{-3} \notin R \end{cases}$

Dom	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$-\sqrt{3}$	$(-\sqrt{3}$,-1)	-1	(-1,0)	0	(0,1)	1	$(1, \sqrt{3})$	$\sqrt{3}$	$(\sqrt{3}, \infty)$
f	$\nearrow$		$\searrow$	$\boxtimes$	$\searrow$		$\searrow$	$\boxtimes$	$\searrow$		$\nearrow$
f'	+	0	-	$\boxtimes$	-	0	-	$\boxtimes$	-	0	+
f"	-			$\boxtimes$		infl		$\boxtimes$			
	convexa			$\boxtimes$	conc	0	conve	$\boxtimes$	conca		

Tiene un punto de inflexión en el punto: (0 , 0)

g) **Gráfica:**



9. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

a) Dominio: $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

b) Puntos de corte con los ejes: $(-1\ ,\ 0)\ ,\ (1\ ,\ 0)$

c) Simetrías: $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 1} = \sqrt{x^2 - 1} = f(x)$, es simétrica respecto del eje OY.

d) Asíntotas

1) Asíntotas verticales: No tiene
2) Asíntotas horizontales: No tiene
3) Asíntotas oblicuas: y = mx + n

e) $m = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = 1\ ,\ n = \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} - x\right) = 0 \Rightarrow y = xm = \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{-x} =$

1) $\lim_{x \to +\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2}}\right) = -1\ ,\ n = \lim_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} + x\right) = 0 \Rightarrow y = -x$

f) Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos: $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin \text{Dom } f$.

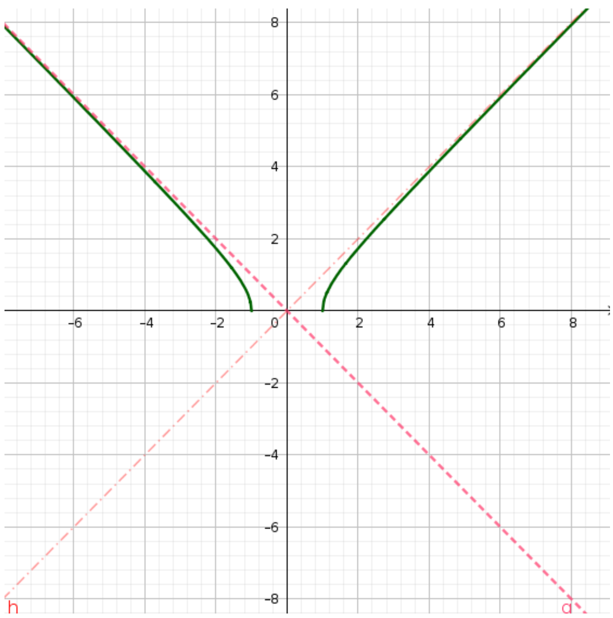
g) Dom f´= $(-\infty,\ -1) \cup (1,\ +\infty)$

h) En el intervalo $(-\infty, -1)$ $f'(x) < 0 \ \Rightarrow$ f es decreciente

i) En el intervalo $(1\ ,\ +\infty)$ $f'(x) > 0 \ \Rightarrow$ f es creciente

j) Concavidad, convexidad, puntos de inflexión: $f''(x) = \frac{-1}{\sqrt{(x^2-1)^3}} \neq 0$, Dom f´´= $(-\infty,\ -1) \cup (1,\ +\infty)$, la derivada segunda es negativa en todo su dominio $\Rightarrow$ es siempre convexa

k) Gráfica:



10. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

a) Dominio: $[-1,\ 1]$

b) Puntos de corte con los ejes: $(-1\ ,\ 0)\ ,\ (1\ ,\ 0)$

c) Simetrías: $f(-x) = \sqrt{1-(-x)^2} = \sqrt{1-x^2} = f(x)$, es simétrica respecto del eje OY.

d) Asíntotas

1) Asíntotas verticales: No tiene
2) Asíntotas horizontales: No tiene ya que el dominio de f $= [-1,\ 1]$
3) Asíntotas oblicuas: No tiene

e) Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos: $y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow$ x $=$ 0.

- Dom f´$= (-1,\ 1)$
- En el intervalo $(-1,\ 0)$ $f'(x) > 0 \ \Rightarrow$ f es creciente
- En el intervalo $(0\ ,\ 1)$ $f'(x) < 0 \ \Rightarrow$ f es decreciente
- Tiene un máximo en el punto: $(0,\ 1)$

f) Concavidad, convexidad, puntos de inflexión: $f''(x) = \frac{-1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} \neq 0$, Dom f´´$=(-1,\ 1)$, la derivada segunda es negativa en todo su dominio $\Rightarrow$ es siempre convexa.

g) Gráfica: