# Trigonometría

*Ejercicios resueltos*

*Bachillerato 1º*

2023



BY S3R4

1. **Razona si existe algún ángulo para el que se verifique:**

   *a*) $sen\alpha = 0,3$ **y** $cos\alpha = 0,8$

   *b*) $sen\alpha = 0,72$ **y** $tg\alpha = 1,04$

   *c*) $cos\alpha = 0,1$ **y** $sen\alpha = 0,99$

   *Solución:*

   *a*) No existe, ya que no cumple la relación trigonométrica.
   $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$; $0,32 + 0,82 = 0,73 \neq 1$

   *b*) Sí existe, pues cumple las relaciones trigonométricas.
   Calculamos el coseno:
   $1,04 = \frac{0,72}{cos\alpha} \rightarrow cos\alpha = 0,69 \rightarrow 0,72^2 + 0,69^2 = 1$

   *c*) Sí existe, porque cumple las relaciones trigonométricas.
   $0,1^2 + 0,99^2 = 1$

2. **Sabiendo que** $cos50° = 0,6428$**; halla las razones trigonométricas de: a) 130° b) 230° c)** $-$**50° d) 310°**

   *Solución:*

   Calculamos el seno de 50°:

   $sen^2 50° + 0,64282 = 1$ -$>$$sen50° = 0,766$ y usando las relacones en la cfa unidad

   *a*) 50° y 180° − 50° son suplemetarios
   $cos50° = cos130° = -0,6428$;
   $sen50° = sen130° = 0,766$;
   $tg130° = -1,1918$ ;$sec130° = -1,5557$;
   $cosec130° = 1,3054$; $cotg130° = -0,8391$

   *b*) 50° y 230° tiene 180° de diferencia
   $-cos50° = cos230° = -0,6428$;
   $-sen50° = sen230° = -0,766$ ;
   $tg230° = 1,1918$; $sec230° = -1,5557$;
   $cosec230° = -1,3054$;$cotg230° = 0,8391$

   *c*) 50° y −50° son opuestos
   $cos50° = cos(-50°) = 0,6428$;

$-sen50° = sen(-50°) = -0,766;$

$tg(-50°) = -1,1918; cotg(-50°) = -0,8391$

$sec(-50°) = 1,5557; cosec(-50°) = -1,3054;$

*d*) 50° y 310° suman 360°

$cos50° = cos310° = 0,6428;$

$-sen50° = sen310° = -0,766$

$tg310° = -1,1918; sec310° = 1,5557;$

$cosec310° = -1,3054 cotg310° = -0,8391$

3. **Sabiendo que** $sen\alpha = \frac{1}{4}$ **calcula:**

   *a*) $sen(90° - \alpha)$

   *b*) $sen(180° - \alpha)$

   *c*) $sen(-\alpha)$

   *Solución:*

   Una forma de hacerlo es sustituir en la expresión seno de la resta de ángulos :

   $sen(90° - \alpha) = sen90° cos\alpha - cos90° sen\alpha =$

   $1 cos\alpha - 0 sen\alpha = cos\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

   $sen(180° - \alpha) = sen\alpha = \frac{1}{4}$

   $sen(-\alpha) = -sen\alpha = \frac{-1}{4}$

4. **Empleando las fórmulas trigonométricashallar las restantes razones de** $a$**, sabiendo que** $tg\ a = \frac{-3}{4}$**,** $270^o < a < 360^o$**.**

   *Solución:*

   $a$ es del cuarto cuadrante $sec^2 a = 1 + tg^2 a = \frac{1}{cos^2 a}$

   $1 + \left(\frac{-3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} = \frac{1}{cos^2 a} \to cos^2 a = \frac{16}{25} \to$

   $cos\ a = +\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$(Es positivo ya que es el 4ª cuadrante)

   Por otra parte: $tg\ a = \frac{sena}{cos\ a} \Rightarrow sena = tga \cdot cosa = \frac{-3}{4}\frac{4}{5} = \boxed{\frac{-3}{5}}$.

   Por tanto: $cotga = -\frac{4}{3}$, $sec\ a = \frac{5}{4}$,$coseca = -\frac{5}{3}$ .

   Con la calculadora, usando que $tga = -\frac{3}{4}$, obtenemos que:

   $a = –36,87^o = = –36,87^o + 360^o = 323,13^o = 323^o 7'48,4''$.

5. **Conociendo que $cosx = \frac{1}{3}$ y que está en el cuarto cuadrante, hallar el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo.**

   *Solución:*

   Como $sen^2x + cos^2x = 1 \Rightarrow sen^2x = 1 - cos^2x$ =1-$(\frac{1}{3})^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \longrightarrow$ $sen\ x$=$-\sqrt{\frac{8}{9}}$ =$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$(el signo negativo es por ser del cuarto cuadrante).

   $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = \frac{\frac{-2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2} \longrightarrow cotgx = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

   Como $cosx = \frac{1}{3} \longrightarrow secx = 3$ y como $senx$=$-\frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow cosecx = \frac{-3}{2\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{4}$

   Para ver cuánto vale el ángulo $cos = \frac{1}{3}$ en 4º cuadrante, el resultado es: $x = 289^o28$'16"

6. **Expresa, en función de $tg\alpha$, las razones trigonométricas $sen2a$ y $cos2a$**

   *Solución:*

   Vamos usar las siguientes fórmulas $(1)sen^2x + cos^2x = 1; (2)1 + tg^2x = \frac{1}{cos^2a}$

   $sen2a = 2sena{\cdot}cosa \longrightarrow 2\frac{sen^2a}{tga} \xrightarrow{(1)} 2\frac{1-cos^2a}{tga} = \frac{2-2cos^2a}{tga} \overset{(2)}{\to} \frac{2-\frac{2}{1+tg^2a}}{tga} = \frac{2tga}{1+tg^2a}$

   $cos2a = cos^2a - sen^2a \overset{(1)}{\to} cos^2a - (1 - cos^2a) = -1 + 2cos^2a \overset{(2)}{\to} -1 + \frac{2}{1+tg^2a}$

7. **Sabiendo que $cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{5}$ halla las restantes razones trigonométricas de $\alpha$.**

   *Solución:*

   Usaremos : $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ ; $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}$

   Mediante la igualdad primera podemos despejar el valor del $sen\alpha$, a saber: $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \Rightarrow sen\alpha = \sqrt{1 - cos^2\alpha}$

   $\Rightarrow sen\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{5}\right)^2} = \sqrt{0,76} = 0{,}8718$

   $cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{5} = 0{,}4899$ y mediante la igualdad de tangente:

   $tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha} = \frac{0{,}8718}{0{,}4899} = 0{,}779$

8. **Resolver las ecuaciones**

   *a)* $\boldsymbol{2tan\ x \cdot sec\ x - tan\ x = 0}$

   *Solución:*

Primero, simplifiquemos la expresión:

$2tan(x) \cdot sec(x) - tan(x) = 0$

Factoricemos $tan(x)(2sec(x) - 1) = 0$

Ahora, establecemos cada factor igual a cero y resolvemos para $x$

$tan(x) = 0$

$2sec(x) - 1 = 0$

Para la primera ecuación, $tan(x) = 0$ tiene soluciones cuando $x$ es un múltiplo entero de $\pi$. $x = k\pi$,donde $k \in Z$

Para la segunda ecuación, $2sec(x) - 1 = 0$, resolvemos para $sec(x) = \frac{1}{2}$ que no tiene solución,esto se debe a que $sec(x)$ siempre es mayor o igual a 1.

La solución completa de la ecuación original es:$x = k\pi$,donde $k \in \mathbb{Z}$

*b*) $\boldsymbol{sen^2 x + 3sen\ x + 2 = 0}$

*Solución:*

Vamos a resolver la ecuación de segundo grado haciendo cambio de variable $senx = t$

$t^2 + 3t + 2 = 0 \rightarrow t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} t = -2 & = senx \\ t = -1 & = senx \end{cases}$

Para la primera ecuación, $sen(x) = -2$ no tiene soluciones y la segunda $sen(x) = -1$ tiene por solución $x = 180^\circ + k \cdot 360$

*c*) $\boldsymbol{cos\ x + 2sen\ x \cdot tan\ x = 1}$

*Solución:*

Vamos a resolver la ecuación trigonométrica

$cos(x) + 2sin(x) \cdot tan(x) = 1$. Primero, simplificamos la expresión:

Usando la identidad trigonométrica $tan(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$, reescribimos la ecuación:

$cos(x) + 2sin(x) \cdot \frac{sin(x)}{cos(x)} = 1$

Multiplicamos ambos lados por $cos(x)$ para deshacernos del denominador:

$cos^2(x) + 2sin(x) \cdot sin(x) = cos(x)$

Usando la identidad $sin^2(x) = 1 - cos^2(x)$, reemplazamos $sin(x) \cdot sin(x) = 1 - cos^2(x)$ :

$\cos^2(x) + 2(1 - \cos^2(x)) = \cos(x)$

Distribuimos el 2 :

$\cos^2(x) + 2 - 2\cos^2(x) = \cos(x)$

Agrupamos términos similares:

$-\cos^2(x) - \cos(x) + 2 = 0 \Longrightarrow \cos^2(x) + \cos(x) - 2 = 0$.Resolvemos:

$cosx = -2(imposible)$

$cos(x) = 1 \Rightarrow x = 0° + 360° \cdot k$

*d*) $\boldsymbol{tan^2x + 2sec^2x = 1}$

*Solución:*

Vamos a resolver la ecuación trigonométrica $tan^2x + 2sec^2x = 1$ usando que $1 + tg^2x = sec^2x$.Por lo que

$tan^2x + 2sec^2x = 1 \Rightarrow sec^2x - 1 + 2sec^2x = 1 \rightarrow 3sec^2x = 2 \rightarrow= \pm 0{,}8164$

$sec\ x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}} \rightarrow sec\ x = \pm 0{,}8264$

Pero las ecuaciones $sec\ x = \pm 0{,}8164$ no tiene solución ya que $sec\ x > 1$ ó $sec\ x < -1$

9. **Demostrar que** $\boldsymbol{2tg\ x \cdot cos^2 \frac{x}{2} - senx = tg\ x}$

   *a*) $2tg\ x\ cos^2\frac{x}{2} - sen\ x = 2tg\ x\frac{1+cos\ x}{2} - sen\ x = tg\ x(1 + cos\ x) - sen\ x = tg\ x + tg\ x cos\ x - sen\ x = tg\ x + \frac{sen\ x}{\cancel{cos\ x}}\cancel{cos\ x} - sen\ x = tg\ x + sen\ x - sen\ x = tg\ x$

10. **Demostrar** $\boldsymbol{\frac{2tgx}{1+tg^2x} = sen2x}$

    *Solución:*

    $\frac{2tgx}{1+tg^2x} = \frac{2tg}{\sec^2 x} == \frac{\frac{2\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} == \frac{2\sin x\cos^2 x}{\cos x} = 2senxcosx = sen2x$

11. **Sabiendo que las razones de 32° son: sen 32° = 0,53 cos 32° = 0,848**

    *a*) **Calcula las razones trigonométricas de 62°.**

    *b*) **Halla las razones de 31°.**

    *Solución:*

    $sen62° = sen(32° + 30°) = sen32° \cdot cos30° + cos32° \cdot sen30° = 0,53 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,848 \cdot \frac{1}{2} = 0,88$

    $cos62° = cos(32° + 30°) = cos32° \cdot cos30° - sen32° \cdot sen30° = 0.848\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,53 \cdot \frac{1}{2} = 0,46$

$sen 31° = sen\frac{62^o}{2} = \sqrt{\frac{1-cos 62^o}{2}} = 0{,}52$

$cos 31° = cos\frac{62^o}{2} = \sqrt{\frac{1+cos 62^o}{2}} = 0{,}85$

12. **Obtener el valor exacto de $tg 75°$ con la estrategia de expresar el ángulo como suma de otros dos cuyas razones conozcamos.**

    *Solución:*

    $tg 75° = tg(45° + 30°) = \frac{\operatorname{tg} 45° + \operatorname{tg} 30°}{1 - tg\, 45° \cdot \operatorname{tg} 30°} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-1\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3+\sqrt{3}}{3}}{\frac{3-\sqrt{3}}{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \longrightarrow$

    $\longrightarrow \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}\frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{(3+\sqrt{3})^2}{9-3} = \frac{9+3+6\sqrt{3}}{6} = \frac{12}{6} + \frac{6\sqrt{3}}{6} = \boxed{2+\sqrt{3}}$

13. **Demostrar que $\boldsymbol{cos\ x + sen\ x \cdot tg\ x = sec\ x}$**

    *Solución:*

    $cos\ x + sen\ x \cdot tg\ x = cos\ x + sen\ x \cdot \frac{sen\ x}{cosx} = \frac{cos^2\ x + sen^2\ x}{cosx} = \frac{1}{cosx} = secx$

14. **Comprobar la siguiente identidad trigonométrica :**

    $$tg^2(\alpha) - sen^2(\alpha) = tg^2(\alpha) \cdot sen^2(\alpha)$$

    *Solución:*

    En primer lugar desarrollaremos el primer término de la igualdad. Así:

    $tg^2(\alpha) - sen^2(\alpha) = \frac{sen^2}{\cos^2(\alpha)} - sen^2(\alpha) = \frac{sen^2(\alpha) - sen^2(\alpha)\cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} =$

    $= \frac{sen^2(\alpha)(1-\cos^2(\alpha))}{\cos^2(\alpha)} = \frac{sen^2(\alpha)\cdot(\overbrace{sen^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)}^{=1}-\cos^2(\alpha))}{\cos^2(\alpha)}$

    $= \frac{sen^2(\alpha)\cdot(1-\cos^2(\alpha))}{\cos^2(\alpha)} = \frac{sen^2(\alpha)\cdot(sen^2(\alpha))}{\cos^2(\alpha)} = tg^2(\alpha)\cdot sen^2(\alpha)$

15. **Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica:**

    $$sen(4x) + sen(2x) = 0$$

    *Solución:*

    Transformamos la ecuación de suma en producto aplicando alguna de las identidades trigonométricas:

    $sen(4x) + sen(2x) = 2 \cdot sen\frac{4x+2x}{2} \cdot cos\frac{4x-2x}{2} = 2 \cdot sen(3x)cos(x) = 0$

    Recuerda para transformar las sumas en productos se emplean las siguientes identidades:

    $sen(a) + sen(b) = 2 \cdot sen(\frac{a+b}{2})cos(\frac{a-b}{2})$

$sen(a) - sen(b) = 2 \cdot cos(\frac{a+b}{2})sen(\frac{a-b}{2})$

$cos(a) + cos(b) = 2 \cdot cos(\frac{a+b}{2})cos(\frac{a-b}{2})$

$cos(a) - cos(b) = 2 \cdot sen(\frac{a+b}{2})sen(\frac{a-b}{2})$

El sen es 0 en 0° y 180 ° y todas las vueltas de 360°. Estas se representan por $360° \cdot k$, donde $k \in \mathbb{Z}$, vueltas.

$sen(3x) = 0 \Rightarrow 3x = \begin{cases} 0° + 360° \cdot k \\ 180° + 360° \cdot k \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 0° + 120° \cdot k \\ 60° + 120° \cdot k \end{cases}$

El cos es 0 en 90° y 270 ° y todas las vueltas de 360°. $cos(x) = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 90° + 360° \cdot k \\ 270° + 360° \cdot k \end{cases}$

16. **Sabiendo que** $tg(\frac{x}{2}) = \frac{1}{2}$ **calcular** $sen(x)$

    *Solución:*

    $tg(x) = tg(2 \cdot \frac{x}{2}) = \frac{2tg(\frac{x}{2})}{1-tg^2(\frac{x}{2})} = \frac{2\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$

    Como $sen^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \Rightarrow \frac{sen^2(x)}{sen^2(x)} + \frac{\cos^2(x)}{sen^2(x)} = \frac{1}{sen^2(x)}$

    $1 + \frac{1}{tg^2(x)} = \frac{1}{sen^2(x)} \Rightarrow 1 + \frac{1}{(4/3)^2} = \frac{1}{sen^2(x)}$

    $sen^2(x) = \frac{16}{25} \to senx = \pm\frac{4}{5}$

17. **Sin calculadora científica, obtener los valores exactos de las razones trigonométricas de** $\frac{\pi}{12}$**.**

    *Solución:*

    Pasamos radianes a grados $\frac{\pi}{12} = 15°$

    Utilizaremos la estrategia de expresar el ángulo como diferencia de otros dos cuyas razones conozcamos y aplicaremos las fórmulas de adición para el ángulo diferencia.

    Pensaremos en expresar 15° como combinación de dos ángulos cuyas razones trigonométricas conozcamos sin calculadora, como 45° y 30°.

    $sen15° = sen(45° - 30°) = sen(45°)cos30° - cos45°sen30° = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$

    $cos15° = cos(45° - 30°) = cos(45°)cos30° + sen45^o sen30 = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

    $tg15° = tg(45° - 30°) = \frac{\operatorname{tg}45° - \operatorname{tg}30°}{1+tg\,45° \cdot \operatorname{tg}30°} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+1\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3-\sqrt{3}}{3}}{\frac{3+\sqrt{3}}{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \longrightarrow$

$\longrightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \cdot \frac{(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})} = \frac{(3-\sqrt{3})^2}{9-3} = \frac{12-6\sqrt{3}}{6} = \frac{12}{6} - \frac{6\sqrt{3}}{6} = \boxed{2-\sqrt{3}}$

18. **Encontrar todas las soluciones de la ecuación** $sen2xcos\ x = 6sen^3x$

    *Solución:*

    Aplicando fórmulas de ángulo doble:

    $sen2xcos\ x = 6sen3x \Longrightarrow 2sen\ x \cdot cos\ x \cdot cos\ x = 6 \cdot sen^3x \longrightarrow$

    $2sen\ x \cdot cos^2x = 6 \cdot sen^3x \rightarrow \boxed{2 \cdot sen\ x \cdot (cos^2x - 3sen^2x) = 0}$

    De donde o bien $2 \cdot sen\ x = 0$ o bien $cos^2x - 3sen^2x = 0$

    Así pues, la primera posibilidad es

    $$2sen\ x = 0 \rightarrow sen\ x = 0 \rightarrow \boxed{x = 0 + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}}$$

    y la segunda posibilidad es

    $$(cos^2x - 6sen^2x) = 0 \rightarrow 1 - sen^2x - 3sen^2x = 0 \rightarrow 1 - 4sen^2x = 0$$

    $$sen^2x = \frac{1}{4} \rightarrow sen\ x = \pm\frac{1}{2} \rightarrow sen\ x = \begin{cases} \frac{-1}{2} & \rightarrow x = \begin{cases} 210^\circ & +k \cdot 360^\circ \\ 330^\circ & +k \cdot 360^\circ \end{cases} \\ \frac{1}{2} \rightarrow & \rightarrow x = \begin{cases} 30^\circ & +k \cdot 360^\circ \\ 150^\circ & +k \cdot 360^\circ \end{cases} \end{cases}$$

19. **Hallar todas las soluciones de la ecuación** $6cos2x + 6sen^2x = 5 + sen\ x$

    *Solución:*

    Aplicando fórmulas de ángulo doble:

    *a*) $6cos2x + 6sen^2x = 5 + sen\ x = 6(cos^2x - sen^2x) + 6sen^2x = 5 + sen\ x$

    *b*) $6cos^2x - 6sen^2x + 6sen^2x = 5 + sen\ x \rightarrow 6cos^2x = 5 + sen\ x \rightarrow 6(1 - sen^2x) = 5 + sen\ x$

       $\rightarrow 6sen^2x - sen\ x + 1 = 0.$

    *c*) Resolvemos y obtenemos

$$sen\ x = \begin{cases} \frac{-1}{2} & \to x = \begin{cases} 210° & +k \cdot 360° \\ 330° & +k \cdot 360° \end{cases} \\ \frac{1}{3} \to & \to x = \begin{cases} 19{,}47° & +k \cdot 360° \\ 160{,}52° & +k \cdot 360° \end{cases} \end{cases}$$

20. **Hallar todas las soluciones de la ecuación** $cos2x = 1 + 4sen\ x$

    *Solución:*

    Aplicando fórmulas de ángulo doble:

    $cos2x = 1 + 4sen\ x \to cos^2x – sen^2x – 1 – 4sen\ x = 0 \to$

    $1 – sen^2x – sen^2x – 1 – 4sen\ x = 0$

    $–2sen^2x – 4sen\ x = 0 \overset{(divid.entre–2)}{\to} sen^2x + 2sen\ x = 0$

    $\to sen\ x(sen\ x + 2) = 0$

    De donde o bien $sen\ x = 0$ o bien $sen\ x + 2 = 0$

    Así pues, la primera posibilidad es

    $$sen\ x = 0 \to sen\ x = 0 \to \boxed{x = 0 + k \cdot 180°, k \in \mathbb{Z}}$$

    y la segunda posibilidad $sen\ x + 2 = 0$ no es posible ya que

    $$\forall x, -1 \leq sen\ x \leq 1$$

    así que no hay solución en esta posibilidad.

21. **Resolver la ecuación** $2cos2x + 5sen\ x = 3$

    *Solución:*

    Aplicando fórmulas de ángulo doble:

    $2cos2x + 5sen\ x = 3 \to 2(cos^2x – sen^2x) + 5sen\ x = 3 \to 2(1 – sen^2x) – 2sen^2x + 5sen\ x = 3$

    $\to 2 – 4sen^2x + 5sen\ x = 3 \to \boxed{4 \cdot sen^2x - 5sen\ x + 1 = 0}$

    Resolviendo esa ecuación de segundo grado

    $$sen\ x = \begin{cases} \frac{1}{4} & \to x = \begin{cases} 14{,}47° & +k \cdot 360° \\ 165{,}52° & +k \cdot 360° \end{cases} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \\ 1 & \to x = 90° + k \cdot 360° \end{cases}$$

22. **Resolver un triángulo ABC sabiendo que a = 13 cm y b = 5 cm y** $\hat{C} = 100°$

*Solución:*

Como tenemos dos lados y el ángulo comprendido, aplicamos el T. del Coseno:

$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos\hat{C}} = \sqrt{169 + 25 - 130cos100} = 14,72cm$

Ahora podemos saber mediante el T. del coseno o T. del seno el valor de los ángulos restantes.Usando el T del coseno

$b^2 = a^2 + c^2 – 2a \cdot c \cdot cos\hat{B} \longrightarrow cos\hat{B} = \frac{a^2+c^2–b^2}{2ac} \longrightarrow \hat{B} = 19,55^o$ y por lo tanto $\hat{A} = 180°–100°–\hat{B} = 60,45°$

23. **Al resolver el triángulo con a = 4 m, c = 6 m y $A = 25^o$ obtenemos como soluciones dos triángulos obtusángulos. Comprueba que esto es posible**

*Solución:*

Aplicamos el teorema del seno para calcular el ángulo opuesto al lado conocido:

$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \Rightarrow \frac{4}{sen25^o} = \frac{6}{senC} \begin{cases} C = 39°20'25,7" \\ C = 140°39'34" \end{cases}$

Primera solución: $A + B + C{=}180 \Longrightarrow 25^o + B + 39°20'25,7" = 180° \rightarrow B = 115°39'34"$

Segunda Solución $A + B + C{=}180 \Longrightarrow 25^o + B + 140°39'34" = 180° \rightarrow B = 14°20'26"$

Usamos el teorema del seno para calcular el tercer lado:

Primera solución: $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \Rightarrow \frac{4}{sen25^o} = \frac{b}{sen115°39'34"} \Rightarrow b = 8{,}53m$

Segunda Solución $\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \Rightarrow \frac{4}{sen25^o} = \frac{b}{sen14°20'26"} \Rightarrow b = 2{,}34m$

24. **Resolver un triángulo sabiendo que $\hat{A} = 96^o$, $a = 12m$ y $b = 9m$**

*Solución:*

Usando el T. de los senos:

$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} \Rightarrow \frac{12}{sen96^o} = \frac{9}{senB} \Rightarrow sen\hat{B} = \frac{9sen96°}{12} \Rightarrow \hat{B} = 48{,}24°$ ó $\hat{B} = 131{,}76°$ pero esta segunda posibilidad no es cierta ya que $\hat{A} + \hat{B} > 180^o$

Así $\hat{C} = 180 - \hat{A} - \hat{B} = 180o–A–B = 35,76^o$.

Y para copletar el triángulo falta hallar el lado c:

$\frac{12}{sen96^o} = \frac{c}{senC} \Rightarrow \frac{12}{sen96^o} = \frac{c}{sen35{,}76^o} \Rightarrow c = 7,05m$

25. **En una pared hay dos argollas distantes 8 m entre sí. Una persona ata cada extremo de una cuerda a las argollas y se aleja de la pared hasta que la cuerda queda tensa. En ese momento, la cuerda forma ángulos de 50° y 37° con la pared.**

    *a)* **¿Cuánto mide la cuerda?**

    *b)* **¿A qué distancia está la persona de la pared?**

    *Solución:*

    La solución viene dada aplicando la estrategia de la altura. *La altura( h) del lado conocido* divide al triángulo inicial en dos triángulos rectángulos. Aplicamos la definición de tangente en los ángulos conocidos y formamos un sistema de ecuaciones.

    $\begin{cases} tg50 = \frac{h}{x} \\ tg37 = \frac{h}{8-x} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} xtg50 = h \\ (8-x)tg37 = h \end{cases} \longrightarrow xtg(50^o) = (8-x)tg(37^o) \longrightarrow$

    $x = \frac{8}{tg50^o + tg37^o} = 3{,}1m$

$h = 3,1 \cdot tg50^\circ = 3,69m$

La persona está a una distancia de $3,69m$ de la pared.

$sen50^o = \frac{3{,}69}{BA} \Longrightarrow BA = \frac{3{,}69}{sen50} = 4{,}82m$ y $sen37^o = \frac{3{,}69}{CA} \Longrightarrow CA = \frac{3{,}69}{sen37} = 6{,}13m$

Calculamos la longitud de la cuerda: $8 + 4,82 + 6,13 = 18,95m$

26. **Resolver el sistema** $\begin{cases} sen^2x + sen^2y = 1 \\ cos^2x - cos^2y = \frac{1}{2} \end{cases}$

*Solución:*

$\begin{cases} sen^2x + sen^2y = 1 \\ cos^2x - cos^2y = \frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} sen^2x = 1 - sen^2y = cos^2y \\ cos^2x - cos^2y = \frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \\ cos^2x - sen^2x = \frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow$

$cos2x = \frac{1}{2} \longrightarrow x = 30^o + 180^o k$

$cos^2y = sen^2 30^\circ \to cosy = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} y = 60^o + 180^o k$

Luego las soluciones son $\boxed{\boldsymbol{(x, y) = (30^o + 180^o k, 60^o + 180^o k)}}$