# Los números reales

*Bach MAT I*

2023

BY S3R4

# MATEMATICAS (MAT I)

# 1º Bachillerato

# LOS NÚMEROS REALES

S3r4

# 1 TEMA 0:NÚMEROS REALES

## 1.1 CONJUNTOS NUMERICOS

Ya conoces los distintos tipos de conjuntos numéricos:

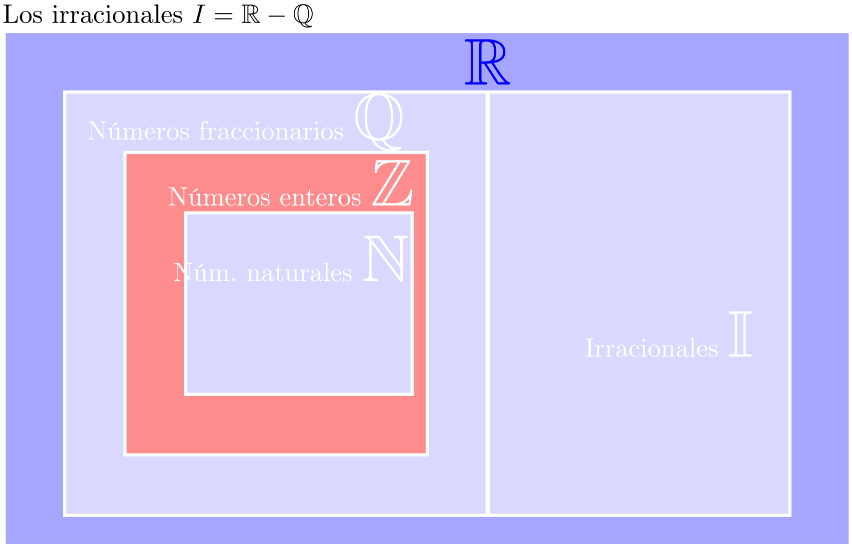
Naturales $N = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

Enteros $Z = \{..., 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Racionales $Q = \{\frac{a}{b}; a \in Z, b \in Z, b \neq 0\}$.

$$Reales(\mathbb{R})\begin{cases} Racionales(\mathbb{Q}) \begin{cases} Enteros(\mathbb{Z}) \longrightarrow \begin{cases} Naturales(\mathbb{N}) \\ \substack{Enteros\ no\ naturales\\(Enteros\ negativos)} \end{cases} \\ \substack{Fraccionarios\\(Racionales\ no\ enteros)} \begin{cases} Fracciones \\ \Updownarrow \\ Decimales \begin{cases} Exactos \\ Periódicos \begin{cases} Puros & (7.\hat{1}, 5.\widehat{67}, ..) \\ Mixtos & (7{,}2\hat{1}, 5{,}23\widehat{67}, ..) \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \\ Irracionales(I) \longleftrightarrow Con\ Expresión\ decimal\ no\ periódica \end{cases}$$

Los irracionales $I = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

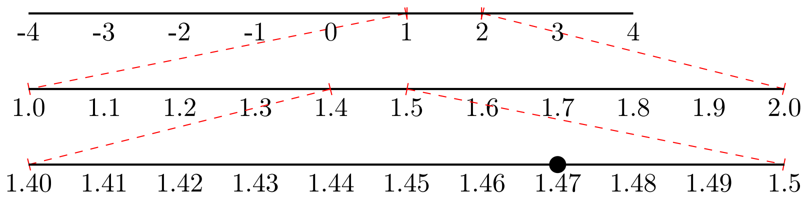



### 1.1.1 Representación sobre la recta real

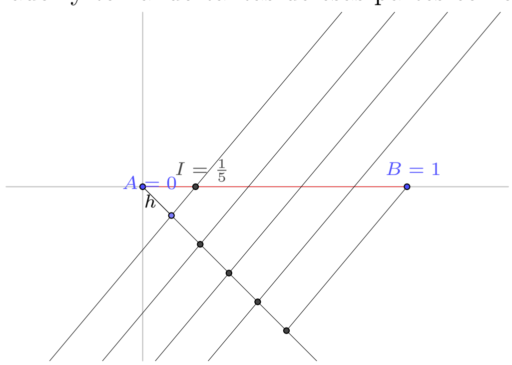
Los números reales son densos, es decir, entre cada dos números reales hay infinitos números.

La representación de un número real sobre la recta se hará de un modo u otro según el tipo de número que sea:

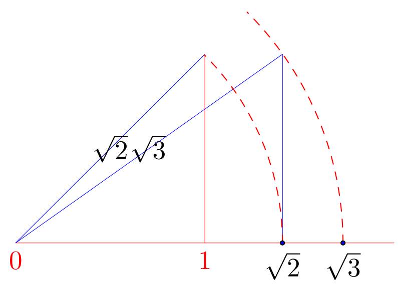
**Entero o decimal exacto**:1,47.




**Decimal periódico:** Como puedo expresar estos números en forma de fracción , se representan dividiendo cada unidad entre las partes que tenga el denominador y tomando tantas de esas partes como indique el numerador: $\frac{1}{5}$, $\frac{-8}{3}$....




**Racional cuadrático:** Construyendo triángulos rectángulos y teniendo el cuenta el teorema de Pitágoras: $\sqrt{2}, \sqrt{6}; \sqrt{10}$




# 2 Intervalos y semirectas.

## 2.1 Intervalo abierto de extremos $a$ y $b$.

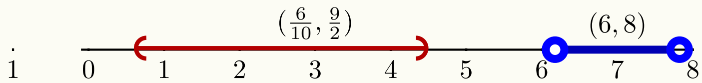
(a,b) $=$ Es el conjunto de números comprendidos entre $a$ y $b$, sin coger a éstos.

Se suelen representar de las siguientes formas:

$$(a, b) = \{x \in R / a < x < b\}$$

**Ejemplo** $(a, b)$

Dos tipos al menos de representación de los extremos: Con círculos llenos (cerrado) y vacios(abierto) o con corchetes(cerrado) y paréntesis(abierto).



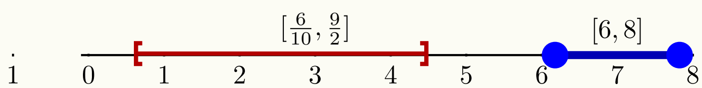

## 2.2 Intervalo cerrado de extremos a y b.

Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b incluyendo a éstos.

Se suelen representar de las siguientes formas:

$$[a, b] = \{x \in R/a \leq x \leq b\}$$

**Ejemplo**




## 2.3 Intervalo semiabierto o semicerrado.

Son intervalos donde uno de sus extremos es abierto y el otro cerrado.

Se nos pueden presentar los siguientes casos:

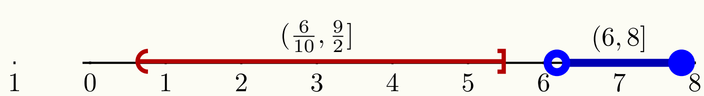
(a,b]={ x $\in$ $R$ / a $<$ x $\leq$ b}, intervalo abierto en a y cerrado en b. Es el conjunto de números comprendidos entre a y b sin incluir al a e incluyendo $b$.

[a,b)= $\{x \in R/a \leq x < b\}$, intervalo cerrado en a y abierto en b. Es el conjunto de números comprendidos entre a y b, incluyendo a y no b.

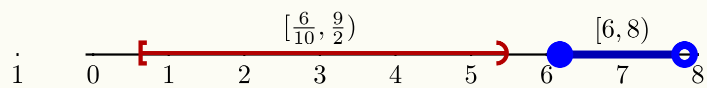
Sus otras formas de representación son

**Ejemplo**

(a,b]



**Ejemplo**




## 3 Semirectas.

Son intervalos donde uno de sus extremos es un número real y el otro es $\pm\infty$

Tenemos los siguientes casos:

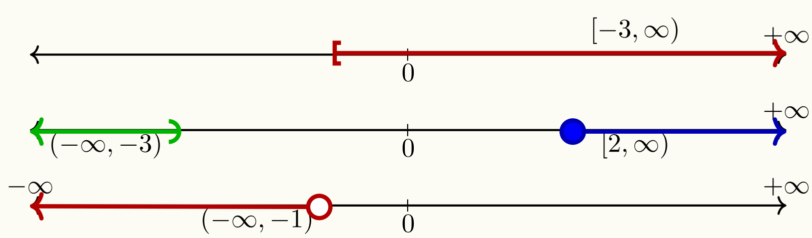
$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}/a \leq x\}$ Semirrecta cerrada

$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R}/a < x\}$ Semirrecta abierta

( $-\infty$,b] $=$\{ x $\in \mathbb{R}/x \leq b\}$ Semirrecta cerrada

( $-\infty$,b)$=$ \{ x $\in \mathbb{R}/x < b\}$ Semirrecta abierta

**Ejemplo**




## 4 Entornos

Se llama entorno de centro a y radio r, y se denota por $E_r(a)$ o $E(a, r)$, al intervalo abierto$=$ $(a - r, a + r)$.

$Er(a) = (a - r, a + r)$

Los entornos se expresan con ayuda del valor absoluto.

$E_r(0) = (-r, r)$se expresa también $|x| < r$, o bien, $-r < x < r$.

$E_r(a) = (a-r, a+r)$ se expresa también $|x-a| < 0$, o bien, $a-r < x < a+r$.

Ejemplo

$E_{0,2}(5) = (5 - 0{,}2, 5 + 0{,}2) = (4{,}8, 5{,}2)$$=$$\{x \in R/|x - 5| < 0{,}2\}$

### 4.1 Entorno reducido

Se emplea cuando se quiere saber qué pasa en las proximidades del punto, sin necesidad de saber lo que pasa en el propio punto.

$$E_r^*(a) = \{x \in (a - r, a + r), x \neq a\}$$

## 5 Valor absoluto.

Consideremos los números 3 y –3, estos dos números tienen el mismo valor absoluto, el mismo valor independientemente del signo.

*El valor absoluto de un número a se designa por |x| es el valor de a sin considerar el signo, sea este positivo o negativo.*

$$|x| = \begin{cases} x & si \quad x > 0 \\ -x & si \quad x < 0 \end{cases}$$

El valor absoluto de x es siempre un número positivo o cero pero nunca negativo: cuando $x$ es un número negativo ($x < 0$) entonces su valor absoluto es necesariamente positivo ($|x| = -x > 0$).

Tomemos por ejemplo

|+3 |= 3

|-3| = -(-3) = 3

|+8| = 8

|-8| = -(-8) = 8

Para eliminar las barras del valor absoluto, nos tenemos que fijar en el signo de lo que vaya dentro de las barras del valor absoluto. Si es positivo, queda igual y si es negativo, cambiamos el signo de lo que vaya dentro.

El problema se nos presenta cuando no conozcamos el signo. Por ejemplo, resolver la siguiente ecuación con valor absoluto $|x| = 3$

Para resolverla, lo primero es quitar el valor absoluto. Debemos conocer el signo de lo de dentro ($x$). Como no conocemos el valor de $x$, no conocemos su signo, no podemos quitar el valor absoluto.

En estos casos se supone que lo de dentro del valor absoluto puede presentar los dos signo, luego el problema tiene doble solución.

Suponemos en primer lugar que $x > 0 \quad \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x = 3$

Suponemos en segundo lugar que $x < 0 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

### 5.0.1 Propiedades del valor absoluto

- $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Longleftrightarrow x = 0$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ Propiedad multiplicativa
- $|x + y| \leq |x| + |y|$ Desigualdad triangular

**Ejemplo**

**Hallar la solución (es) de la siguiente ecuación: |3x - 1|=11**
Suponemos $3x - 1 < 0$ La ecuación será ⇒-3x+1 = 11 ⇒-3x = 10 ⇒ $x = \frac{-10}{3}$
Suponemos ahora $3x - 1 > 0$ La ecuación será ⇒ 3x-1=11 ⇒ 3x = 12 ⇒ $x = 12$

## 5.1 Distancia en la recta real

Una distancia es una medida que tiene unas determinadas propiedades:
1) No negatividad.
2) Simetría.
3) Propiedad triangular. La distancia entre dos números reales x e y se define como:

$$Dist(x, y) = |x - y|$$

**Ejemplo**

La distancia de 4 a 9 es |9-4|=|4-9|=|5|=5
La distancia de 4 a -9 es |-9-4|=|-4-9|=|-13|=13