MATEMATICAS (MAS I)

1º Bachillerato

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

1 Aumentos y disminuciones porcentuales

En un aumento o disminución porcentual, el número por el que hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la cantidad final se llama **índice de variación.**

En un aumento porcentual del $r\%$, el índice de variación es $1 + \frac{r}{100}$

En una disminución porcentual del r%, el índice de variación es $1 - \frac{r}{100}$

Para calcular el valor final, en un aumento o en una disminución porcentual, se halla el índice de variación y se multiplica por la cantidad inicial.

CF = CI.IV Para encadenar aumentos y disminuciones porcentuales, se calculan los índices de variación correspondientes a los distintos pasos y se multiplican, Se obtiene, así, el índice de variación global.

Porcentajes encadenados: Son sucesivos aumentos o disminuciones porcentuales sobre una cantidad. La resolución de problemas de porcentajes encadenados es más fácil si usamos las razones de proporcionalidad, teniendo en cuenta que:

$P_{final} = (r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot ......r_n)P_{inicial}$

2 Interés simple

Se llama interés al beneficio que produce el dinero prestado. Ese beneficio es **directamente proporcional** a la cantidad prestada y al tiempo que dura el préstamo. En definitiva es el resultado que se obtiene cuando los intereses producidos durante el tiempo que dura una inversión se deben únicamente al capital inicial.

Cuando se utiliza el interés simple, los intereses son función únicamente del capital principal, la tasa de interés y el número de períodos.

$Interes = i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$

Entonces

$$Capital_f = Capital_i(1 + \frac{r}{100}n)$$

r es el rédito:Un beneficio o porcentaje de interés anual y t es el tiempo en años

Ejemplo

Hallar el interés producido durante cinco años, por un capital de 30000€, al 6%.

Solución:

$Interes = i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{30000 \cdot 6 \cdot 5}{100} = 9000€$

$C_f = C_i(1 + \frac{\cdot r \cdot t}{100}) = C_i + i = 30000 \cdot +9000 = 39000€$

3 Tasas

La tasa es un coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de números. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Este coeficiente se utiliza en ámbitos variados, como la demografía o la economía, donde se hace referencia a la tasa de interés.

La tasa de natalidad es un indicador social. En toda tasa se da la cantidad que interesa en relación a una cantidad de referencia.Indica el número de nacimientos por cada 1000 personas durante un año. La fórmula que lo expresa es la siguiente:

- Tasa de natalidad= $\frac{N^{o} de nacidos x 1.000}{N^{o} de habitantes}$
- - Tasa de natalidad: 21,64 0/00? Nacen 21,64 bebés por cada 1000 habitantes.

Otras TASAS:

- - Tasa de paro: 12 % ? 12 parados por cada 100 personas en edad laboral.
- - Tasa de alcoholemia: 0,15 ? $0,15 cm^3$ de alcohol por litro de sangre.

4 Interés compuesto

Cuando los intereses que obtenemos al finalizar un período, se acumulan al capital para producir nuevos intereses en el período siguiente, hablamos de intereses compuestos.

Cálculo del interés compuesto

Para un período de tiempo determinado, el capital final ("C"'F1') se calcula mediante la

fórmula (expresión)|fórmula:

$C_{F1} = C_I(1 + r)$

Ahora, capitalizando el valor obtenido en un segundo periodo:

$C_{F2} = C_{F1}(1 + r) = C_I(1 + r)(1 + r) = C_I(1 + r)^2$

Repitiendo esto para un tercer período: $C_{F3} = C_{F2}(1 + r) = C_I(1 + r)^2 \cdot (1 + r) = C_I(1 + r)^3$

Por lo que el capital al final del enésimo período es:

$$C_F = C_I(1 + r)^n$$

Donde: :

C_F es el capital al final del enésimo período :

C_I es el capital inicial :

r es la tasa de interés expresada en tanto por uno (v.g., 5% = 0,05) :

n es el número de períodos

4.0.1 - Pago anual de intereses

El tanto por ciento anual que paga un banco por depositar en él un dinero se llama rédito

Entonces

$$Capital_f = Capital_i(1 + r)^n$$

r es la tasa de interés expresada en tanto por uno (v.g., 5% = 0,05) :

4.0.2 Pago mensual de intereses

El tiempo que un banco deja transcurrir para que un capital produzca intereses se llama período de capitalización. Como un r % anual significa un $\frac{r}{12}$ mensual, se tiene:

Entonces

$$Capital_f = Capital_i(1 + \frac{r}{12})^m$$

donde m es el periodo en meses

r es la tasa de interés expresada en tanto por uno (v.g., 5% = 0,05) :

4.0.3 Pago diario de intereses

Un r % anual significa un diario y por tanto:

$$Capital_f = Capital_i(1 + \frac{r}{360})^d$$

donde d es el periodo en días

r es la tasa de interés expresada en tanto por uno (v.g., 5% = 0,05) :

4.1 T.A.E.

En las cuentas de ahorro, cuando los períodos de capitalización son inferiores a un año, los intereses anuales producidos por un cierto capital son superiores al rédito que declara el banco. Se llama tasa anual equivalente (T.A.E.) al tanto por ciento de crecimiento total del capital durante un año.En los préstamos bancarios, la T.A.E. es, también, superior al rédito declarado. Al calcularla se incluyen pagos fijos (comisiones y gastos) que cobra el banco para conceder el préstamo.

$$TAE = [(1 + \frac{r}{n})^n - 1]$$

donde n =1 si es anual, 2 si es semestral,3 si es cuatrimestral, 4 si es trimestral, 6 si es bimestral y 12 si es mensual.

r es la tasa de interés expresada en tanto por uno (v.g., 5% = 0,05)

Ejemplo

Con un [[TIN|interés nominal]] del 6 % anual y 12 pagos al año (pagos mensuales), resulta un "TAE" de 6,17 %:

$\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{12} - 1 = 0,0617$

obteniéndose al finalizar el año, para 600 euros:

$600 \cdot 1,0617 = 637$€

5 5.- Progresiones geométricas

Una progresión geométrica a_n es una sucesión de números llamados términos de la progresión, en la cual cada término se obtiene multiplicando el anterior por un número constante, r, llamado razón de la progresión:

$$a_2 = a_1 r, a_3 = a_2 r = a_1 r^2, ...a_n = a_{n-1} r = a_1 r^{n-1}$$

5.1 La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica :

$$S = \frac{a_n r - a_1}{r-1}$$

6 Anualidades de capitalización

La anualidad de capitalización es una cantidad de dinero fija (cuota) que se deposita periódicamente para obtener un capital al cabo de un cierto tiempo. El capital que se obtiene, , con una anualidad de capitalización, , a, un rédito r%, , durante t años, se puede calcular de este modo: $C_F = a(1+i)\frac{(1+i)^t - 1}{i}$

r es la tasa de interés expresada en tanto por cien (v.g., 5%); $i = \frac{r}{100}$

Ejemplo

Ejemplo: Si ingresamos 2.000 € al año durante 15 años al 5% anual, ¿qué capital final obtenemos?

a = 2.000 €

$i = \frac{5}{100} = 0,05$

t=15

$C_F = 2000(1+0,05)\frac{(1+0{,}05)^{15} - 1}{0{,}05}$

7 Cálculo de anualidades o mensualidades de amortización

La anualidad de amortización es una cantidad de dinero fija (cuota) que se devuelve periódicamente para saldar un préstamo al cabo de cierto tiempo. Un ejemplo son los pagos de las hipotecas. No olvidar que una hipoteca es un préstamo que conceden los bancos para la adquisición de una vivienda.

Para la amortización de un préstamo mediante varios pagos aplazados, se tiene en cuenta que:

- Cada pago salda los intereses que produce la deuda pendiente desde el pago anterior y, el resto, amortiza parte de esa deuda.

- El último pago salda los interese pendientes desde el pago anterior y amortiza la totalidad de la deuda pendiente.

- Lo habitual es que todos los pagos sean idénticos. El cálculo de esa cantidad fija (mensualidad, anualidad) que permite amortizar el total de la deuda en un número prefijado de plazos:

Las progresiones geométricas y la fórmula para sumar sus primeros términos nos permiten calcular con comodidad el valor de las mensualidades (o anualidades) con las que saldar una deuda en un cierto período. La fórmula general de la anualidad para amortizar un préstamo es:

$$a = C\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1}$$

donde $i = \frac{r}{100}$(para pagos anuales) o $i = \frac{r}{1200}$ (para pagos mensuales).

7.0.1 Ejemplo

A) Un préstamo de 120.000 € con un interés anual del 6% se ha de devolver en 20 cuotas anuales. ¿Cuál será el importe de cada cuota?

Cp = 120.000 €

$i = \frac{6}{100} = 0,06$

t=20

$$a = 120000\frac{(1+0,06)^{20}0,06}{(1+i0,06)^{20}-1} = 10.462,15€$$