

Nombre: Calificación:

MATEMÁTICAS II. 18 DE OCTUBRE DE 2019

MATRICES Y DETERMINANTES

OPCIÓN A

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -a \\ a & 3 & 1 \\ -2 & a & 2a \end{pmatrix}$ dependiente del parámetro a , responde las siguientes cuestiones:

- a) (1'25 puntos) Estudia el rango de A en función del parámetro a .
- b) (0'75 puntos) Calcula A^{-1} para el valor $a = 0$.

(Basado en Selectividad Asturias Julio 2015.)

2. Consideramos la matriz $M = \begin{pmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{pmatrix}$. Sabiendo que $|M| = 10$.

- a) (2 puntos) Calcular de manera razonada el valor de los determinantes:

$$\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ a+p & b+q & c+r \\ -x+a & -y+b & -z+c \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 3p & 3q & 3r \\ 2a & 2b & 2c \\ -x & -y & -z \end{vmatrix}.$$

- b) (1 punto) Calcular el valor del determinante $|3M^t|$.

(Basado en Selectividad País Vasco Junio 2015.)

3. (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, determina la matriz X que cumple $A^t X B^{-1} = C$.

(Selectividad Andalucía Septiembre 2015.)

4. Dado el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro m :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + mz = 2 \\ x + my + z = 2m \\ x + y - mz = 0 \end{array} \right\},$$

resuelve las siguientes cuestiones:

- a) (1'5 puntos) Discute el sistema en función del parámetro.
- b) (1'5 puntos) Resuélvelo cuando sea posible.

(Basado en Selectividad Castilla y León Junio 2016.)

OPCIÓN B

1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -k & 4 \\ 1 & 1 & 7 \\ 1 & -1 & 12 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, responde las siguientes cuestiones:

- a) (1 punto) ¿Para qué valores del parámetro k tiene la matriz A inversa?
- b) (1 punto) Calcula la inversa A^{-1} para $k = 1$.
- c) (1 punto) Para $k = 1$, halla la matriz X que cumple $AX = 2B$.

(Basado en Selectividad Canarias Junio 2015.)

2. (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula $X \cdot Y$ y $Y \cdot X$ sabiendo que

$$\begin{cases} 2X + 3Y = A \\ X + Y = B \end{cases}.$$

(Basado en Selectividad Castilla la Mancha Junio 2011.)

3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & m \end{pmatrix}$, se pide:

- a) (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores de m e indicar para qué valores de m admite inversa.
- b) (1 punto) Sin calcular A^{-1} , halla m para que $\det(A) = \det(4A^{-1})$.

4. Consideramos el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -3x + 2y + 3z = 0 \\ (a - 2)y - 3z = 0 \\ -x - y + (-a - 3)z = 0 \end{cases}$, dependiente del parámetro a . Se pide:

- a) (1.5 puntos) Discutir el sistema en función del parámetro a .
- b) (1.5 puntos) Resolver cuando sea posible.

(Basado en Selectividad Cataluña Junio 2015.)