



IES Dionisio Aguado. Dep Matemáticas
ÁLGEBRA MATRICES Y DETERMINANTES

2ª hoja de problemas (Matemáticas II)

- (1) Discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 1 \\ -x + y + z = 1 \end{cases} & \quad \text{b)} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z - 2t = 0 \\ 2x + 3z - t = 1 \\ 3x + y + 4z = 2 \end{cases} & \quad \text{c)} \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \\ 3x + y = 0 \end{cases} & \quad \text{d)} \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 3y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} \\ \text{e)} \begin{cases} x - y + 2z - t = 1 \\ x + 3y + z - 2t = 0 \end{cases} & \quad \text{f)} \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3t = 0 \\ -x + 3z + 4t = 0 \\ -3y + 4z + 7t = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- (2) Discutir los siguientes sistemas según el valor del parámetro:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \begin{cases} 2y - z = a \\ 3x - 2z = 11 \\ y + z = 6 \\ 2x + y - 4z = a \end{cases} & \quad \text{b)} \begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \\ 3x + 10y + 4z = 0 \end{cases} & \quad \text{c)} \begin{cases} x + my + z = m + 2 \\ x + y + mz = -2(m + 1) \\ mx + y + z = m \end{cases} \\ \text{d)} \begin{cases} (m - 1)x + y = 1 \\ (m + 1)x + 2my = m - 1 \end{cases} & \quad \text{e)} \begin{cases} x - 3y + az = 0 \\ 2x + ay - z = 0 \\ x + y - az = 0 \end{cases} & \quad \text{f)} \begin{cases} 3x - 2y + 3z + 4t = 9 \\ 2x - y + 2z - t = 3 \\ 4x - ay + (a - 2)z + 3t = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

- (3) Estudiar los siguientes sistemas en función de los valores del parámetro m .

$$\text{(a)} \begin{cases} (m + 1)x + y + z = 3 \\ x + 2y + mz = 4 \\ x + my + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + z = 1 \\ x + my + 3z = m \end{cases} \quad \text{c)} \begin{cases} 2x - y = m \\ mx + 3y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

- (4) Juan sale de un examen de Matemáticas y explica a su amigo Pedro el enunciado de un problema del examen. El diálogo entre los dos amigos es el siguiente:

Juan: Debíamos resolver un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas que era compatible determinado. Las dos primeras ecuaciones eran: $3x + 4y + 5z = 18$, $x - y + z = 3$. No recuerdo la tercera.

Pedro: ¿No recuerdas nada?

Juan: Era $x + 4y +$ un número que multiplicaba a z , igualada a 8.

Pedro: Ese número que no recuerdas ¿era entero?.

Juan: Sí, y positivo. Además, la solución del sistema consistía en tres números estrictamente positivos.

¿Tiene Pedro suficientes datos para reproducir exactamente el enunciado del problema de Juan?. Si la respuesta es afirmativa, resolver el problema.

- (5) El tío Evaristo tiene 10 litros de mezcla de agua y vino. Al probarla observa que es demasiado ligera; por lo que decide añadir una cierta cantidad de vino; y entonces la cantidad de agua es el 30% del total. Como sigue siendo ligera; añade de nuevo la misma cantidad de vino que antes; y entonces la cantidad de agua es el 20% del total. ¿Cuántos litros de vino se añaden en cada ocasión y cuántos hay de agua?.

- (6) La edad de un padre es doble que la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos) la edad del padre era triple que la suma de las edades en aquel tiempo de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres

personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento del nacimiento de cada uno de sus hijos?

- (7) Un estudiante observó durante los d días de sus vacaciones que:
- Llovió siete veces, por la mañana o por la tarde.
 - Llovió una sola vez cada mañana o tarde lluviosa.
 - Si llovió por la tarde no llovió por la mañana de aquel día.
 - Hubo cinco tardes claras y seis mañanas claras. Averiguar el número de días de vacaciones.
- (8) Tres amigos acuerdan jugar tres partidas de dados de forma que, cuando uno pierda una partida, entregará a cada uno de los otros dos una cantidad igual a la que cada uno de ellos posea en ese momento. Cada uno perdió una partida y al final cada uno tenía 24 €. ¿Cuánto dinero tenía cada jugador al comenzar el juego?
- (9) Una refinería compra petróleo a dos países A y B. Comprando 500 barriles al país A y 15.500 al país B resulta un precio medio de 19,875 \$. Comprando 1.00 barriles al país A y 1.000 al B el precio medio es de 18 \$ por barril. ¿Cuánto cuesta el barril de crudo de cada país?
- (10) Hallar un número de 3 cifras sabiendo que suman 9; que si del número dado se resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198; y que además, la cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos.
- (11) Un automóvil sube las cuestas a 54 km/h , las baja a 90 km/h y en llano marcha a 80 km/h. Para ir de A a B tarda 2 horas y 30 minutos, y para volver de B a A, 2 horas y 38 minutos. ¿Cuál es la longitud total del camino llano entre A y B, si de A a B hay 192 km?
- (12) Un piloto, por los años cuarenta, hacía corrientemente los viajes Barcelona-Zaragoza-Madrid-Sevilla-Tetuán, empleando tres tipos distintos de aviones: A, B y C. Dicho piloto voló en un mes un total de 65 horas, habiendo recorrido, con aviones del tipo A, 3900 km; con los del tipo B, 7500 km, y con los del tipo C, 10500 km. Además, se sabe que en un viaje Barcelona-Madrid empleó 1 hora y 54 minutos de vuelo, habiendo efectuado el trayecto Barcelona-Zaragoza (260 km) con un avión del tipo A y el resto del recorrido Zaragoza-Madrid (270 km) con un avión del tipo B. En otro viaje Madrid-Tetuán empleó en el recorrido Madrid-Sevilla (400 km) un avión del tipo B, y en el trayecto Sevilla-Tetuán (210 km) un avión del tipo C. El total de tiempo empleado en estos vuelos fue de 1 hora y 50 minutos. Calcula las velocidades de los tres tipos de aviones.
- (13) Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales:
$$\begin{cases} ax + by + cz = 1 \\ dx + ey + fz = 0 \\ gx + hy + iz = 0 \end{cases}$$
, se sabe que la matriz de los coeficientes es **ortogonal**. Demostrar que tiene solución única y calcular dicha solución en función de los coeficientes del sistema.