

Nombre y Apellidos: _____

Curso _____ Calificación _____

1. Se considera el sistema
$$\begin{cases} x - y + z &= -1 \\ y + z &= 2a \\ x + 2z &= a^2 \end{cases}$$
 donde a es un parámetro real.

- a) **(0,75 pto)** Discutir el sistema en función del valor de a .
 b) **(0,25 pto)** Resolver el sistema para $a=0$. (0,25)
 c) **(0,75 pto)** Resolver el sistema para $a=1$.

2. **(1,5 pto)** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 calcular la matriz $X \in M_3$ tal que $A^{-1}XA = B$

3. Sea el plano $\pi \equiv x + 2y + z + 6 = 0$ y la recta $\begin{cases} x + y &= 0 \\ z &= 1 \end{cases}$
 a) **(0,5 puntos)** Estudiar la posición relativa de recta y plano π .
 b) **(0,5 puntos)** Hallar la ecuación del plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π .
 c) **(0,5 puntos)** Hallar el área del triángulo que forman los puntos de intersección del plano con los ejes coordenados.
 d) **(0,75 puntos)** Hallar el punto simétrico del origen respecto de la recta r .

4. Dadas las rectas definidas por $r = \begin{cases} x &= t \\ y &= t \\ z &= 1 \end{cases}$; $s = \begin{cases} x &= 1 + \mu \\ y &= 2 \\ z &= 1 - \mu \end{cases}$
 a) **(1 pto)** Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas
 b) **(1 pto)** Calcula su distancia

5. **(1,5ptos)** Dada la función $f(x) = \frac{x + b \cos x - a \sin x}{\tan x - x^2}$, calcular a y b para que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

6. **(1 pto)** Calcular el siguiente límite $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos x)^{\frac{1}{\cos x}}$