

MATEMATICAS CCSS (MASII)

2º Bachillerato

EJERCICIOS DE ÁLGEBRA

SELECTIVIDAD Y PAU

2000-2021



Departamento de Matemáticas

Ies Dionisio Aguado

1. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal

$$\begin{cases} x - y &= a \\ x + a^2 z &= 2a + 1 \\ x - y + a(a - 1)z &= 2a \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema según los distintos valores del parámetro real a .
 (b) Resuélvase dicho sistema para $a = 3$. (Modelo 2000 - Opción A)

2. (3 puntos) Siendo a un número real cualquiera, se define el sistema

$$\begin{cases} x + 2y - az &= 1 \\ -y + z &= 0 \\ ax + z &= a \end{cases}$$

- (a) Discútase dicho sistema en función del valor de a
 (b) Encuéntrese todas las soluciones para $a = 1$ (Junio 2000 - Opción A)

3. (3 puntos) Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a 264000 euros. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares, y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros. Si se supone que una libra esterlina es igual a 1,5 euros y un dólar es igual a 1,1 euros, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible. (Septiembre 2000 - Opción A)

4. (3 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

- (a) Compruébese que B es la inversa de A .
 (b) Calcúlese la matriz $(A - 2I)^2$.
 (c) Calcúlese la matriz X tal que $AX = B$. (Modelo 2001 - Opción A)

5. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} mx + my &= 6 \\ x + (m - 1)y &= 3 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema según los distintos valores del parámetro real m .
 (b) Resuélvase dicho sistema para $m = 2$: (Modelo 2001 - Opción B)

6. (3 puntos) Considérese el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ x + y + az &= a^2 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema según los valores de a
 (b) Resuélvase el sistema para $a = -1$ (Junio 2001 - Opción A)

7. (3 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 5 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- (a) Determínese si A y B son inversibles y, en su caso, calcúlese la matriz inversa.
 (b) Resuélvase la ecuación matricial $XA - B = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden tres.

(c) Calcúlese A^{86} (Septiembre 2001 - Opción A)

8. (3 puntos). Un hipermercado inicia una campaña de ofertas. En la primera de ellas descuenta un 4 % en un cierto producto A, un 6 % en el producto B y un 5 % en el producto C. A las dos semanas pone en marcha la segunda oferta descontando un 8 % sobre el precio inicial de A, un 10 % sobre el precio inicial de B y un 6 % sobre el precio inicial de C. Se sabe que si un cliente compra durante la primera oferta un producto A, dos B y tres C, se ahorra 16 euros respecto del precio inicial. Si compra tres productos A, uno B y cinco C en la segunda oferta, el ahorro es de 29 euros. Si compra un producto A, uno B y uno C, sin ningún tipo de descuento, debe abonar 135 euros. Calcúlese el precio de cada producto antes de las ofertas. (Septiembre 2001 - Opción B) 1.3. Año 2002

9. (3 puntos) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x - 4y - az & = & -2 \\ y - z & = & 0 \\ ax + 2z & = & 2 \end{array} \right\}$$

(a) Discutir el sistema en función de los valores de a.

(b) Resolver el sistema para el valor $a = 2$. (Modelo 2002 - Opción A)

10. (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Calcular las matrices $M = AB$ y $N = BA$.

(b) Calcular P^{-1} , siendo $P = (N - I)$, donde I representa la matriz identidad.

(c) Resolver el sistema $PX = C$. (Junio 2002 - Opción A)

11. (3 puntos) Encontrar todas las matrices X tales que $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ (Septiembre 2002 - Opción A)

12. (3 puntos) Estudiar y resolver el siguiente sistema lineal de ecuaciones:
$$\left. \begin{array}{rcl} x + 2y + z & = & 0 \\ -x - y & = & 1 \\ -y - z & = & -1 \end{array} \right\}$$
 (Junio 2003 - Opción A)

13. (3 puntos) Calcular los valores de a para los cuales la inversa de la matriz $A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$ coincide con su transpuesta. (Septiembre 2003 - Opción A)

14. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro m:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x + y - z & = & 2 \\ x + y + 2z & = & 5 \\ -x + (m + 2)z & = & 3 \end{array} \right\}$$

(a) Discutir el sistema para los distintos valores de m.

(b) Resolver el sistema para $m = 3$. (Modelo 2004 - Opción A)

15. (3 puntos) Hallar todas las matrices $A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$; $a, b, c \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación matricial $X^2 = 2X$ (Junio 2004 - Opción B)

16. (3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real m :

$$\left. \begin{array}{rcl} mx + y - 3z & = & 5 \\ -x + y + z & = & -4 \\ x + my - mz & = & 1 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro m .
 (b) Resuélvase el sistema para $m = 2$. (Septiembre 2004 - Opción A)

17. (3 puntos) Se dice que una matriz cuadrada es ortogonal si $AA^T = I$

(a) Estudiar si la matriz A es ortogonal $\begin{pmatrix} \frac{4}{5} & 0 & \frac{-3}{5} \\ \frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b) Siendo A la matriz del apartado anterior, resolver el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ Nota:

La notación A^T significa matriz traspuesta de A . (Modelo 2005 - Opción A)

18. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x - 3y + z & = & 0 \\ x - ky - 3z & = & 0 \\ 5x + 2y - z & = & 0 \end{array} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de k .
 (b) Resolver el sistema en los casos en los que sea posible. (Junio 2005 - Opción A)

19. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones que depende del parámetro real p

$$\left. \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 0 \\ -x + 2y + pz & = & -3 \\ x - 2y - z & = & p \end{array} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema según los distintos valores de p .
 (b) Resolver el sistema para $p = 2$. (Septiembre 2005 - Opción B) 111.7. Año 2006

20. (3 puntos) Sea el sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro a

$$\left. \begin{array}{rcl} x + y + (a + 1)z & = & 9 \\ 3x - 2y + z & = & 20a \\ x + y + 2az & = & 9 \end{array} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema para los diferentes valores del parámetro a .
 (b) Resolver el sistema en el caso de que tenga infinitas soluciones. Resolver el sistema para $a = 2$. (Modelo 2006 - Opción A)

21. (3 puntos) Encontrar todas las matrices X cuadradas 2×2 que satisfacen la igualdad $XA = AX$ en cada uno de los casos siguientes:

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ (Junio 2006 - Opción B)

22. (Puntuación máxima: 3 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{aligned} x + y + 2z &= 2 \\ -2x + 3y + z &= 1 \\ -x + ay + 3z &= 3 \end{aligned} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- (b) Resolver el sistema para $a = 2$. (Septiembre 2006 - Opción B)

23. (3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{aligned} x - 2y + z &= 0 \\ 3x + 2y - 2z &= 3 \\ 2x + 2y + az &= 8 \end{aligned} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- (b) Resolver el sistema para $a = 4$. (Junio 2007 - Opción A)

24. (3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{aligned} x + ay + z &= 1 \\ 2y + az &= 2 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- (b) Resolver el sistema para $a = 3$ y $a = 1$. (Septiembre 2007 - Opción A)

25. (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & n & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Hallar los valores de n para los que la matriz A tiene inversa.
- (b) Resolver la ecuación matricial $A \cdot X = B$ para $n = 3$ (Modelo 2008 - Opción A)

26. (3 puntos) Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno de barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho? (Junio 2008 - Opción A)

27. (3 puntos) Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes? (Septiembre 2008 - Opción A) 1.10. Año 2009

28. (3 puntos) Se considera la matriz dependiente del parámetro real k :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & k \\ k & 1 & k \end{pmatrix}$$

- (a) Determinése los valores de k para los cuales A tiene inversa.
- (b) Para $k = 2$, calcúlese (si existe) A^{-1} .

(c) Para $k = 1$, calcúlese $(A - 2A^T)^2$. Nota: La notificación A^T representa a la matriz transpuesta de A . (Modelo 2009 - Opción A)

29. (3 puntos) Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel? (Modelo 2009 - Opción B)

30. Solución: (3 puntos) Se considera el ecuaciones, dependiente del parámetro real k :
- $$\left. \begin{array}{rcl} x + y + kz & = & 4 \\ 2x - y + 2z & = & 5 \\ -x + 3y - z & = & 0 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema para los distintos valores del parámetro k .
 (b) Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
 (c) Resuélvase el sistema para $k = 0$. 14 (Junio 2009 - Opción A)

31. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependientes del parámetro real k :

$$\left. \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 3 \\ x + ky + z & = & 3 \\ kx - 3z & = & 6 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
 (b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
 (c) Resuélvase el sistema para $k = 3$. (Septiembre 2009 - Opción B)

32. Año 2010 (3 puntos) Se considera el dependiente del parámetro real k :

$$\left. \begin{array}{rcl} x + ky + z & = & 1 \\ 2y + kz & = & 2 \\ x + y + z & = & 1 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema para los distintos valores de k .
 (b) Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
 (c) Resuélvase el sistema para $k = 3$. (Modelo 2010 - Opción A)

33. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\left. \begin{array}{rcl} kx - 2y + 7z & = & 8 \\ x - y + kz & = & 2 \\ -x + y + z & = & 2 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema para los distintos valores de k .
 (b) Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
 (c) Resuélvase el sistema para $k = 0$. (Junio 2010 - Opción B)

34. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones dependiente de un parámetro real a :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro a .

- (b) Resuélvase el sistema para el valor de a para el cual el sistema tiene infinitas soluciones. Resuélvase el sistema para $a = 0$. (Septiembre 2010 - Opción A)
35. (3 puntos) Un estudiante ha gastado un total de 48 euros en la compra de una mochila, un bolígrafo y un libro. Si el precio de la mochila se redujera a la sexta parte, el del bolígrafo a la tercera parte y el del libro a la séptima parte de sus respectivos precios iniciales, el estudiante pagaría un total de 8 euros por ellos. Calcular el precio de la mochila, del bolígrafo y del libro, sabiendo que la mochila cuesta lo mismo que el total del bolígrafo y el libro. (Modelo 2011 - Opción A)
36. (3 puntos) Se consideran las matrices
- $$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -6 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
- (a) Calcúlense los valores de a para los cuales la matriz A no tiene inversa.
- (b) Para $a = 2$, calcúlese la matriz inversa A^{-1} .
- (c) Para $a = 2$, calcúlese, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$. (Modelo 2011 - Opción B)
37. (3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :
- $$\left. \begin{array}{lcl} ax + y + z & = & a \\ ay + z & = & 1 \\ ax + y + az & = & a \end{array} \right\}$$
- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- (b) Resuélvase el sistema en el caso de que tenga infinitas soluciones.
- (c) Resuélvase el sistema para $a = 3$ (Junio 2011 - Opción A)
38. (3 puntos). Se consideran las matrices:
- $$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}; I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
- (a) Calcúlense a, b para que se verifique la igualdad $AB = BA$.
- (b) Calcúlense c, d para que se verifique la igualdad $A^2 + cA + dI = O$.
- (c) Calcúlense todas las soluciones del sistema lineal: $(A - I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (Septiembre 2011 - Opción B)
39. (3 puntos). Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :
- $$\left. \begin{array}{lcl} 4x + 3y + 5z & = & 5 \\ x + y + 3z & = & 1 \\ 2x + ay + (a^2 - 2)z & = & 3 \end{array} \right\}$$
- (a) Escribese el sistema en forma matricial.
- (b) Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- (c) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones. (Septiembre 2011 (Reserva)- Opción A)

40. (3 puntos). Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -6 \\ -2 & 1 & -2 \\ -11 & 3 & -8 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcúlese $A^{-1}A^T$.- Nota.- La notación A^T representa a la matriz transpuesta de A.
- (b) Resuélvase la ecuación matricial: $\frac{1}{4}A^2 - AX = B$. (Septiembre 2011 (Reserva)- Opción B)

41. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real k

$$\left. \begin{array}{lcl} x + ky + kz & = & k \\ x + y + z & = & k \\ ky + 2z & = & k \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
- (b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- (c) Resuélvase el sistema para $k = 4$. (Modelo 2012 - Opción A)

42. (3 puntos) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$

- (a) Calcúlese los valores de a para los cuales no existe la matriz inversa A^{-1} .
- (b) Para $a = 2$, calcúlese la matriz $B = (A^{-1}A^T)^2$.
- (c) Para $a = 2$, calcúlese la matriz X que satisface la ecuación matricial: $AX - A^2 = A^T$
Nota.- A^T representa a la matriz traspuesta de A. (Modelo 2012 - Opción B)

43. (3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\left. \begin{array}{lcl} a + ay - 7z & = & 4a - 1 \\ x + (1 + a)y - (a + 6)z & = & 3a + 1 \\ ay - 6z & = & 3a - 2 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a.
- (b) Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones. Resuélvase el sistema en el caso $a = -3$. (Junio 2012 - Opción A)

44. (3 puntos) Un estadio de fútbol con capacidad para 72000 espectadores está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B. Unos espectadores son socios del equipo A, otros lo son del equipo B, y el resto no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de localidades sabemos lo siguiente:

- (a) No hay espectadores que sean socios de ambos equipos simultáneamente.
- (b) Por cada 13 socios de alguno de los dos equipos hay 3 espectadores que no son socios.
- (c) Los socios del equipo B superan en 6500 a los socios del equipo A.

¿Cuántos socios de cada equipo hay en el estadio viendo el partido? (Junio 2012 - Opción B)

45. (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & k \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

- (a) Para $k = 4$, calcúlese el determinante de la matriz $3A^2$.

- (b) Para $k = 2$, calcúlese (si existe) la matriz inversa A^{-1} .
- (c) Discútase la existencia de solución del sistema lineal $AX = B$ según los diferentes valores del parámetro k . (Junio 2012(coincidente) - Opción A)
46. (3 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :
- $$\left. \begin{array}{rcl} x + y + x & = & 2 \\ x + ky + 2z & = & 5 \\ kx + y + z & = & 1 \end{array} \right\}$$
- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- (b) Resuélvase el sistema para $k = 0$.
- (c) Resuélvase el sistema para $k = 2$. (Septiembre 2012 - Opción B)
47. Año 2013 (2 puntos) Discútase el sistema siguiente en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$:
- $$\left. \begin{array}{rcl} x - y & = & a \\ x + az & = & 0 \\ 2x - y + a^2z & = & 1 \end{array} \right\} \text{(Modelo 2013 - Opción A)}$$
48. (2 puntos) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
- (a) Obténgase A^{2007} .
- (b) Hállese la matriz B tal que $AB = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 1 \\ -7 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ (Modelo 2013 - Opción B)
49. (2 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- (a) Calcúlese A^{-1}
- (b) Resuélvase el sistema de ecuaciones dado por $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (Junio 2013 - Opción A)
50. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :
- $$\left. \begin{array}{rcl} ax - 2y & = & 2 \\ 3x - y - z & = & -1 \\ x + 3y + z & = & 1 \end{array} \right\}$$
- (a) Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- (b) Resuélvase para $a = 1$.(Junio 2013 - Opción B)
51. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones:
- $$\left. \begin{array}{rcl} x + 2y + 3z & = & -2 \\ x + ay & = & -2a - 1 \\ 4x + y + 5z & = & -1 \end{array} \right\}$$
- (a) Resuélvase en el caso $a = 1$.
- (b) Discútase en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$. (Junio 2013 (coincidente) - Opción A)
52. (2 puntos) Encuéntrese la matriz X que verifica
- $$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$$
- (Junio 2013 (coincidente) - Opción B)

53. (2 puntos) Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcúlese la matriz inversa de A
 (b) Resuélvase la ecuación matricial $A \cdot X = B - I$; donde I es la matriz identidad. (Septiembre 2013 - Opción A)

54. (2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro k :

$$\left. \begin{array}{lcl} kx + y & = & 0 \\ x + ky - 2z & = & 1 \\ 4k - 3y + kz & = & 0 \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de k.
 (b) Resuélvase el sistema para $k = 1$. (Septiembre 2013 - Opción B)

55. (2 puntos) Hemos ido tres días seguidos al bar de la Universidad. El primer día tomamos 3 cafés, 2 refrescos de cola y 3 batidos de cacao, el precio fue de 7 euros. El segundo día tomamos 1 café, 2 refrescos de cola y 2 batidos de cacao, el precio total fue de 5 euros. Por último, el tercer día tomamos 2 cafés y un batido de cacao, el precio fue de 2 euros. Justifíquese razonadamente si con estos datos podemos determinar o no el precio de un café, de un refresco de cola y de un batido de cacao, suponiendo que estos precios no han variado en los tres días. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción A)

56. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{lcl} 2x - 2ay + z & = & 1 \\ x + (2 + a)y + z & = & 0 \\ 3x + a^2y + 2z & = & a \end{array} \right\}$$

- (a) Discútase, en función del parámetro real a.
 (b) Resuélvase el sistema para $a = 0$. (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción B)

57. (2 puntos) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ a & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Calcúlese A^2 , A^3 , A^{20} .
 (b) Hállese la matriz B tal que $AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ (Septiembre 2013 (coincidente)- Opción B)

58. (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ a & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -2 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

- (a) Hállense los valores de a y b para los que se cumple $A + B + AB = C$.
 (b) Para el caso en el que $a = 1$ y $b = 2$, determínese la matriz X que verifica $BX - A = I$; donde I es la matriz identidad. (Modelo 2014 - Opción A)

59. (2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$(a) \left\{ \begin{array}{lcl} x + 3y + z & = & 1 \\ 2x + 6y + z & = & 0 \\ -x + ay + 4z & = & 1 \end{array} \right.$$

- (b) Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- (c) Resuélvase para $a = 0$. (Modelo 2014 - Opción B)
60. (2 puntos) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- (a) Calcúlese $(A^t B)^{-1}$, donde A^t denota a la traspuesta de la matriz A.
- (b) Resuélvase la ecuación matricial $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ (Junio 2014 - Opción A)
61. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :
- $$\begin{cases} x + y + az &= 2 \\ 3x + 4y + 2z &= a \\ 2x + 3y - z + 1 &= 1 \end{cases}$$
- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- (b) Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$. (Junio 2014 - Opción B)
62. (2 puntos) Considérese la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
- (a) Calcúlese A^{-1} .
- (b) Determinése la matriz X tal que $AX = A^{-1}$ (Junio 2014 (coincidente)- Opción A)
63. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :
- $$\begin{cases} ax + 2y + z &= 2 \\ 2x + 4y &= 1 \\ x + 2y + 3z &= 5 \end{cases}$$
- (a) Discútase para los diferentes valores de $a \in \mathbb{R}$.
- (b) Resuélvase para $a = 2$. 23(Junio 2014 (coincidente)- Opción B)
64. (2 puntos) Considérese el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real λ :
- $$\begin{cases} 2x - \lambda y + z &= -\lambda \\ 4x - 2\lambda y + 2z &= \lambda - 3 \end{cases}$$
- (a) Determinése los valores del parámetro real λ que hacen que el sistema sea incompatible.
- (b) Resuélvase el sistema para $\lambda = 1$. (Septiembre 2014 - Opción A)
65. (2 puntos) Considérese la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (a) Calcúlese $(A \cdot A^T)^{200}$. Calcúlese $(A \cdot A^T - 3I)^{-1}$. Nota: A T denota a la traspuesta de la matriz A. I es la matriz identidad de orden 3. (Septiembre 2014 - Opción B) ✓
66. (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- (a) Calcúlese B^{31} .
- (b) Calcúlese el determinante de la matriz $A^{-1} \cdot B$. (Septiembre 2014 (coincidente)Opción A)

67. (2 puntos) Considérese el siguiente sistema de ecuaciones dependiente del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y &= 8 \\ 2x - ay &= 4 \end{cases}$$

(a) Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

(b) Resuélvase para $a = 1$. (Septiembre 2014 (coincidente)- Opción B)

68. (2 puntos) Se considera $A = A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

(a) Calcúlese A^{-1} .

(b) Calcúlese $A^T \cdot A$. # Nota: A^T denota la traspuesta de la matriz A . (Modelo 2015 - Opción A)

69. (2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 2y + z &= 1 \\ x + ay + az &= 1 \\ x + 4ay + z &= 2a \end{cases}$$

(a) Discútase el sistema según los diferentes valores del a .

(b) Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$. (Modelo 2015 - Opción B)

70. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} 3x + y - z &= 8 \\ 2x + ay &= 3 \\ x + y + z &= 2 \end{cases}$$

(a) Discútase en función de los valores del parámetro a .

(b) Resuélvase para $a = 1$. (Junio 2015 - Opción A)

71. (2 puntos) Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & k & 2 \end{pmatrix}$$

(a) Estúdiase el rango de A según los valores del parámetro real k .

(b) Calcúlese, si existe, la matriz inversa de A para $k = 3$. (Junio 2015 - Opción B)

72. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + z &= a \\ ax + y + z &= 1 \\ x + ay + 2z &= 1 \end{cases}$$

(a) Discútase para los diferentes valores de $a \in \mathbb{R}$.

(b) Resuélvase para $a = 1$. (Junio 2015 (coincidente)- Opción A)

73. (2 puntos) Se consideran las matrices dependientes del parámetro real a

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Determinénse los valores de a para los que la matriz $A \cdot B$ admite inversa.

- (b) Para $a = 0$, resuélvase la ecuación matricial $(AB)X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (Junio 2015 (coincidente)- Opción B)

74. (2 puntos) Se consideran las matrices

(a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- (b) Calcúlese A^{15} e indíquese si la matriz A tiene inversa.
 (c) Calcúlese el determinante de la matriz $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$. Nota: A^t denota la matriz traspuesta de A. Id es la matriz identidad de orden 2. (Septiembre 2015 - Opción A)

75. (2 puntos) Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + y + az &= a + 1 \\ ax + y + z &= 1 \\ x + ay + az &= a \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema en función de los valores de a. (Septiembre 2015 - Opción B) Resuélvase el sistema para $a = 2$.

76. (2 puntos) Considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

- (a) Calcúlese el determinante de la matriz $A^{-1} \cdot B \cdot C^{-1}$.
 (b) Determinése la matriz X tal que $B \cdot A \cdot X = C$. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción A)

77. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + 2y + z &= 2 \\ 2x + 5y - z &= 3 \\ x + 3y - 2z &= a \end{cases}$$

- (a) Discútase para los diferentes valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
 (b) Resuélvase para $a = 1$. (Septiembre 2015 (coincidente)- Opción B)

78. (2 puntos) Considérese la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ a & 0 & 8 \\ -1 & a & -6 \end{pmatrix}$

- (a) Determinése para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ es invertible A.
 (b) Resuélvase para $a = 0$ el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (Modelo 2016 - Opción A)}$$

79. (2 puntos) Determinése la matriz X que verifica

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} X \text{ (Modelo 2016 - Opción A)}$$

80. (2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + y - z &= 1 \\ 2x + 2y - 3z &= 3 \\ 3x + ay - 2z &= 5 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores del a.
- (b) Resuélvase el sistema en el caso $a = 2$. (Modelo 2016 - Opción B)

81. Problema (2 puntos) Considérense las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcúlese el determinante de la matriz $A \cdot C \cdot C^T \cdot A^{-1}$.
- (b) Calcúlese la matriz $M = A \cdot B$. ¿Existe M^{-1} ? Nota: C^T denota la matriz traspuesta de la matriz C. (Junio 2016 - Opción A)

82. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z &= 1 \\ x + 2y + 3z &= 0 \\ x + ay + 2z &= 0 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores del $a \in \mathbb{R}$. Resuélvase para $a = 0$. (Junio 2016 - Opción B)

83. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente de $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 3x + y + az &= a - 2 \\ ax + -y + z &= a - 2 \\ x + 2y + z &= 0 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores del a.
- (b) Resuélvase para $a = 0$. (Junio 2016 - Opción A (Coincidentes))

84. (2 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 2 \\ 1 & a & 2 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $Id = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ siendo a un número real.

- (a) Determinése a para que la matriz A admita inversa.
- (b) Para $a = 1$, determinése la matriz X que verifica $A \cdot X + A = Id$. (Junio 2016 - Opción B (Coincidentes))

85. (2 puntos) Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$$

- (a) Estudíese para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene inversa.
- (b) Determinése, para $k = 1$, la matriz X tal que $XA = Id$. Nota: Id denota la matriz identidad de tamaño 3×3 . (Septiembre 2016 - Opción A)

86. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\begin{cases} (a-1)x + y + z &= 1 \\ x + (a-1)y + (a-1)z &= 1 \\ x + az &= 1 \end{cases}$$

Discútase el sistema según los valores del a.

Resuélvase el sistema para $a = 3$. (Septiembre 2016 - Opción B)

87. (2 puntos) Considérense las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa.
- (b) Determinése para $k = 0$ la matriz X que verifica la ecuación $A \cdot X = B$.
- (c) Calcúlese la matriz $M = A \cdot B$. ¿Existe M^{-1} ? (Junio 2017 - Opción A)

88. (2 puntos) Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay + 2z &= 0 \\ ax - 4y - 4z &= 0 \\ (2 - a)x + 3y - 2z &= 0 \end{cases}$$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro a . Resuélvase para $a = 3$. (Junio 2017 - Opción B)

89. (2 puntos) Considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

- (a) Calcúlese la matriz $D = A^T \cdot B$. ¿Existe la matriz $F = A \cdot B$?
- (b) Calcúlese la matriz $M = B^{-1}$. Nota: A^T denota la matriz traspuesta de la matriz A . (Junio 2017 (coincidente) - Opción A)

90. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -x + 3y + 3z &= 0 \\ -x + 3y + z &= 1 \\ -x + ay + 2z &= 0 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- (b) Resuélvase para $a = 1$. (Junio 2017 (coincidente) - Opción B)

91. (2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - 2y - z &= -2 \\ -2x - az &= 2 \\ y + az &= -2 \end{cases}$$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
- (b) Resuélvase para $a = 4$. (Septiembre 2017 - Opción A)

92. (2 puntos) Considérense las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Determinése la matriz C
- (b)) Calcúlese la matriz X que verifica $X \cdot A + 3B = C$ (Septiembre 2017 - Opción B)

93. (2 puntos) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1+a \\ a & a & a \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$

- (a) Estúdiase para qué valores del parámetro real a la matriz A tiene inversa.
- (b) Determinése, para $a = 1$, la matriz X tal que $A \cdot X = \text{Id}$, siendo Id la matriz identidad de tamaño 3×3 . (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción A)

94. (2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} -x + ay + z &= 3 \\ 2x + 2z &= 0 \\ x + 3y + 2z &= -3 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
 (b) Resuélvase el sistema en el caso $a = 0$. (Septiembre 2017 (coincidente) - Opción B)

95. (2 puntos) Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & a \\ a & 0 & a \\ a & a & 0 \end{pmatrix}$

- (a) Determinése para qué valores de a para los que la matriz A es invertible.
 (b) Para $a = 1$, despéjese y determinése la matriz X de la ecuación matricial $A \cdot X = A + 2\text{Id}$, donde Id representa la matriz identidad de orden 3. (Modelo 2018 - Opción A)

96. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + z &= 3 \\ 2x + y + z &= 2 \\ 5x + 3y + az &= a + 4 \end{cases}$$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
 (b) Resuélvase para $a = 1$. (Modelo 2018 - Opción B)

97. (2 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$

- (a) Compruébese que B es la matriz inversa de A .
 (b) Calcúlese la matriz X tal que $A \cdot X = B$. (Junio 2018 - Opción A)

98. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + ay + z &= 1 \\ ax + y + (a - 1)z &= a \\ x + y + z &= a + 1 \end{cases}$$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
 (b) Resuélvase para $a = 3$. (Junio 2018 - Opción B)

99. (2 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ A donde m es un parámetro real.

- (a) Determinése los valores de m para los que la matriz A es invertible.
 (b) Para $m = 0$ considérese la ecuación matricial $A \cdot X = B$. Exprésese X en función de A y B y calcúlese X . (Junio 2018 (coincidente) - Opción A)

100. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a : $A = \begin{cases} 2x + y + z &= 1 \\ x + 2y + z &= 2 \\ x - y + az &= -1 \end{cases}$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro

- (b) a. Resuélvase para $a = 0$. (Junio 2018 (coincidente) - Opción B)

101. (2 puntos) Considérense las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcúlese la matriz $[(A \cdot A^t)^2 - 2A \cdot A^t]^{11}$.
- (b) Determinéense el número de filas y columnas de la matriz X que verifica que $X \cdot A^t = B^t$. Justifíquese si A^t es una matriz invertible y calcúlese la matriz X . Nota: M^t denota la matriz traspuesta de la matriz M . (Julio 2018 (extraordinari- Opción A)

102. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 3y + z &= a \\ 2x + ay - 6z &= 8 \\ x - 3y - 5z &= 4 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema en función de los valores del parámetro real a .
- (b) Resuélvase para $a = 4$. (Julio 2018 (extraordinari- Opción B)

103. (2 puntos) Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 6 \\ 3 & 3 & m \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ donde } m \text{ es un parámetro real.}$$

- (a) Determinéense para qué valores de m para los que la matriz A es invertible.
- (b) Considérese la ecuación matricial $A \cdot X = A \cdot B + B$. Para $m = 5$, exprésese X en función de A y B y calcúlese la matriz X . (Modelo 2019 - Opción A)

104. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} 6x + 2y + x &= 1 \\ x + 3y + z &= 2 \\ 5x - y + az &= -1 \end{cases}$$

- (a) Discútase en función de los valores del parámetro a .
- (b) Resuélvase para $a = 0$. (Modelo 2019 - Opción B)

105. (2 puntos) Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

- (a) Obténgase el valor de la constante k para que el determinante de la matriz $A - 2B$ sea nulo.
- (b) Determinéense si las matrices C y $(C^t \cdot C)$, donde C^t denota la matriz traspuesta de C , son invertibles. En caso afirmativo, calcúlese las inversas. (Junio 2019 - Opción A)

106. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones dependiente de un parámetro real m :

$$\begin{cases} -x + y + z &= 0 \\ x + my - z &= 0 \\ x - y - mz &= 0 \end{cases}$$

- (a) Determinéense los valores del parámetro real m para que el sistema tenga soluciones diferentes a la solución trivial $x = y = z = 0$.
- (b) Resuélvase para $m = 1$. (Junio 2019 - Opción B)

107. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 2y + (a + 2)z = 1 \\ x + y + az = 0 \\ (a - 1)x + 2z = a + 1 \end{cases}$$

- (a) Discútase el sistema para los diferentes valores de a .
- (b) Resuélvase para $a = 2$. (Junio 2019 (coincidente)- Opción A)

108. (2 puntos) Considérense las matrices A, B y C siguientes, $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -2 & a \\ b & c \end{pmatrix}$ donde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- (a) Determinéense los valores de a, b y c para que se verifique $C \cdot A = B \cdot C$ y $|C| = 2$ Nota: $|C|$ es el determinante de la matriz C .
- (b) Calcúlese, para los valores $a = b = c = 1$, $C^{-1} \cdot B \cdot C$ y B^{100} . (Junio 2019 (coincidente)- Opción B)

109. (2 puntos)} Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 2 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Calcule los valores de a y de b para que se verifique $A^2 = 2I$.
- (b) Para $a = 0$ y $b = 2$, determine la matriz X tal que $XA = B - X$. (Modelo 2020- Opción A)

110. (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ 0 & 1 & 1 \\ m-1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

- (a) Proporcione el valor de m para que $A \cdot B = C^t$
- (b) Para $m = 0$ calcule B^{-1} . (Modelo 2020- Opción B)

111. (2 puntos) Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + ay + z = 6 \\ 2x - y + z = a - 1 \\ -x + y + z = 2 \end{cases}$

- (a) Discuta el sistema para los distintos valores de $a \in \mathbb{R}$.
- (b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 2$. (Modelo 2020- Opción B)

112. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + ay = 0 \\ x + 2z = 0 \\ y + (a + 1)z = a \end{cases}$$

- (a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .
- (b) Resuelva el sistema para $a = 0$. (Junio 2020)

113. Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ m & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcule el valor del parámetro real m para que $A^2 - 5A = -4I$, siendo I la matriz identidad.
- (b) Para $m = 1$, indique si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa. (Junio 2020-B)

114. (2 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 5a \\ a & 3 \end{pmatrix}$ con $a \in R$.

- (a) Determine los valores del parámetro a para los que se verifica la igualdad $A^2 - 5A = -I$, donde I es la matriz identidad.
- (b) Calcule A^{-1} para $a = -1$. (Extraordinaria 2020-A)

115. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in R$:

$$\begin{aligned} x - ay &= 1 \\ ax - 4y - z &= 2 \\ 2x + ay - z &= a - 4 \end{aligned}$$

- (a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a.
- (b) Resuelva el sistema para $a = 3$. (Extraordinaria 2020-B)

116. (2 puntos) Se consideran las matrices A y B dadas por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Determine los valores de los parámetros reales a, b y c para que se verifique $A^2 = A - B$.
- (b) Para $a = b = c = 2$, estudie si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa. (Modelo 2021)

117. Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ a - 12x + y + az &= 1 \\ x + ay + z &= 1 \end{aligned}$$

- (a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a.
- (b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a = 0$. (Modelo 2021-B)

118. Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$

- (a) Determine los valores de los parámetros reales a y b para los que $A = A^{-1}$
- (b) Para $a = b = 2$, calcule la matriz inversa de A. (Ordinaria 2021-A)

119. Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{aligned}x + y - z &= -1 \\x - y + a^2z &= 3 \\2x - y + z &= 4\end{aligned}$$

- (a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro a .
- (b) Resuelva el sistema para $a = 1$. **(Ordinaria 2021-B)**

120. Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 6 \\ 2 & a & 4 \\ 2 & a & 6 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

- (a) Determine los valores del parámetro real a para los que la matriz A no es invertible.
- (b) Para $a = 1$, calcule la matriz inversa A^{-1} y obtenga la matriz X tal que $AX = B$. **(Coincidencia Ordinaria 2021-A)**

121. Se desea rellenar una piñata para un cumpleaños con juguetes de 1, 2 y 5 euros. Por cada cinco juguetes de 5 euros debe haber un juguete de 2 euros, por cada dos juguetes de 2 euros debe haber tres de 1 euro. Si para rellenar la piñata se compran juguetes por valor de 228 euros, ¿cuántos juguetes de 1, 2 y 5 euros habría que comprar para introducir en la piñata? **(Coincidencia Ordinaria 2021-B)**

122. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & -a & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

- (a) Calcule los valores del parámetro real a para los cuales la matriz A tiene inversa.
- (b) Para $a = 2$ calcule, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$. **(Extraordinaria 2021-A)**

123. Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{aligned}x + 2ay + z &= 0 \\-x - ay &= 1 \\-y - z &= -a\end{aligned}$$

- (a) Discuta el sistema en función de los valores del parámetro real a .
- (b) Resuelva el sistema para $a = 3$. **(Extraordinaria 2021-B)**

124. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 3a \end{pmatrix}$

- (a) Calcule los valores del parámetro real a para que A sea invertible.
- (b) Para $a = 1$, calcule A^{-1} **(Coincidentes Extraordinaria 2021-A)**

125. Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}x + y + z &= 9 \\x + y - az &= 0 \\y + az &= 3\end{aligned}$$

- (a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a .
- (b) Resuelva el sistema para $a = -2$. **(Coincidentes Extraordinaria 2021-B)**