

Nombre y Apellidos: _____ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> Curso 20-21 _____ Calificación _____ </div>
--

1. Considera el sistema de ecuaciones lineales siguiente, que depende del parámetro real  $k$ :
$$\begin{cases} ax + z & = & 2 \\ ax + ay + 4z & = & 8 \\ ay + 2z & = & 4 + a \end{cases}$$
  - a) Discutir el sistema para los diferentes valores del parámetro  $a$ .
  - b) Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ 
    - 1) Encontrar la matriz  $X$  que satisfaga la ecuación  $AX = I - 3X$ , en donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.
    - 2) Comprobar que la matriz  $X$  es invertible y calcular la inversa.
2. Se considera la recta  $r : (x, y, z) = (3 + 2\alpha, -\alpha, 3 - \alpha)$  y los planos  $\pi_1 : x + y + z = -1$  y  $\pi_2 : (x, y, z) = (2 + \lambda, 1 - \lambda + \mu, \mu)$ .
  - a) Calcular la ecuación general del plano  $\pi_2$ .
  - b) Encontrar dos puntos de la recta  $r$  que equidisten de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
3. ) Calcular los límites siguientes:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{x \ln(1+x)}$
4. Dada la curva  $f(x) = x - x \ln(x)$ ,
  - a) Calcular la recta tangente a dicha curva que es paralela a la recta  $x + y + 2 = 0$ .
  - b) Discutir la monotonía de  $f(x)$ .
  - c) Demostrar que solo hay una raíz para esa función.